Урок №25. Представление числовой информации с помощью систем счисления.

Цели: формирование представлений о кодировании числовой информации в компьютере.

Задачи:

- формировать знания учащихся по теме «Кодирование числовой нформации»,
- развитие познавательных интересов, навыков анализа и синтеза.
- воспитание информационной культуры учащихся, внимательности, аккуратности, дисциплинированности, усидчивости.

Требования к подготовке учащихся:

Знать/понимать: - определение системы счисления, виды систем счисления, алфавит римской системы счисления, алфавит позиционных систем счисления, свернутую и развернутую запись числа,

Уметь: - записывать числа в развернутой и свернутой форме, записывать числа в римской системе счисления

Использовать: - полученные знания и умения в дальнейшем.

Тип урока: урок – ознакомление с новым материалом

Формы работы: фронтальная, индивидуальная

Ход урока:

1. Организационный момент

2. Изучение нового материала

Для записи информации о количестве объектов используются числа. Числа записываются с использованием особых знаковых систем, которые называются системами счисления. Алфавит систем счисления состоит из символов, которые называются цифрами. Например, в десятичной системе счисления числа записываются с помощью десяти всем хорошо известных цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Система счисления - *это знаковая система, в которой числа записываются по определенным правилам с помощью символов некоторого алфавита, называемых цифрами.*

Все системы счисления делятся на две большие группы: *позиционные* и *непозиционные* системы счисления. В позиционных системах счисления значение цифры зависит от ее положения в числе, а в непозиционных - не зависит.

Римская непозиционная система счисления. Самой распространенной из непозиционных систем счисления является римская. В качестве цифр в ней используются: I (1), V (5), X (10), L (50), C (100), D (500), M (1000).

Значение цифры не зависит от ее положения в числе. Например, в числе XXX (30) цифра X встречается трижды и в каждом случае обозначает одну и ту же величину - число 10, три числа по 10 в сумме дают 30.

Величина числа в римской системе счисления определяется как сумма или разность цифр в числе. Если меньшая цифра стоит слева от большей, то она вычитается, если справа - прибавляется. Например, запись десятичного числа 1998 в римской системе счисления будет выглядеть следующим образом:

MCMXCVIII = 1000 + (1000 - 100) + (100 -10)+ 5 + 1 + 1 + 1.

Позиционные системы счисления. Первая позиционная система счисления была придумана еще в Древнем Вавилоне, причем вавилонская нумерация была шестидесятеричной, то есть в ней использовалось шестьдесят цифр! Интересно, что до сих пор при измерении времени мы используем основание, равное 60 (в 1 минуте содержится 60 секунд, а в 1 часе - 60 минут).

В XIX веке довольно широкое распространение получила двенадцатеричная система счисления. До сих пор мы часто употребляем дюжину (число 12): в сутках две дюжины часов, круг содержит тридцать дюжин градусов и так далее.

*В **позиционных системах счисления** количественное значение цифры зависит от ее позиции в числе.*

Наиболее распространенными в настоящее время позиционными системами счисления являются десятичная, двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная. Каждая позиционная система имеет определенный *алфавит цифр* и *основание*.

*В **позиционных системах счисления** основание системы равно количеству цифр (знаков в ее алфавите) и определяет, во сколько раз различаются значения одинаковых цифр, стоящих в соседних позициях числа.*

Десятичная система счисления имеет алфавит цифр, который состоит из десяти всем известных, так называемых арабских, цифр, и основание, равное 10, двоичная - две цифры и основание 2, восьмеричная - восемь цифр и основание 8, шестнадцатеричная - шестнадцать цифр (в качестве цифр используются и буквы латинского алфавита) и основание 16 (табл. 1.2).

Таблица 1.2. Позиционные системы счисления

Система счисления	Основание	Алфавит цифр
Десятичная	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Двоичная	2	0, 1
Восьмеричная	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Шестнадцатеричная	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A(10), B(11), C(12), D(13), E(14), F(15)

Десятичная система счисления. Рассмотрим в качестве примера десятичное число 555. Цифра 5 встречается трижды, причем самая правая цифра

5 обозначает пять единиц, вторая справа - пять десятков и, наконец, третья справа - пять сотен.

Позиция цифры в числе называется *разрядом*. Разряд числа возрастает справа налево, от младших разрядов к старшим. В десятичной системе цифра, находящаяся в крайней справа позиции (разряде), обозначает количество единиц, цифра, смещенная на одну позицию влево, - количество десятков, еще левее - сотен, затем тысяч и так далее. Соответственно имеем разряд единиц, разряд десятков и так далее.

Число 555 записано в привычной для нас *свернутой* форме. Мы настолько привыкли к такой форме записи, что уже не замечаем, как в уме умножаем цифры числа на различные степени числа 10.

В *развернутой* форме записи числа такое умножение записывается в явной форме. Так, в развернутой форме запись числа 555 в десятичной системе будет выглядеть следующим образом:

$555_{10} = 5 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 5 \times 10^0$.

Как видно из примера, число в позиционной системе счисления записывается в виде суммы числового ряда степеней *основания* (в данном случае 10), в качестве коэффициентов которых выступают цифры данного числа.

Для записи десятичных дробей используются отрицательные значения степеней основания. Например, число 555,55 в развернутой форме записывается следующим образом:

$555{,}55_{10} = 5 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$.

В общем случае в десятичной системе счисления запись числа A_{10}, которое содержит n целых разрядов числа и m дробных разрядов числа, выглядит так:

$A_{10} = a_{n-1} \times 10^{n-1} + ... + a_0 \times 10^0 + a_{-1} \times 10^{-1} + ... + a_{-m} \times 10^{-m}$

Коэффициенты a_i в этой записи являются цифрами десятичного числа, которое в свернутой форме записывается так:

$A_{10} = a_{n-1}\ a_{n-2} ... a_0, a_{-1} ... a_{-m}$.

Из вышеприведенных формул видно, что умножение или деление десятичного числа на 10 (величину основания) приводит к перемещению запятой, отделяющей целую часть от дробной, на один разряд соответственно вправо или влево. Например:

$555{,}55_{10} \times 10 = 5555{,}5_{10}$;

$555{,}55_{10} : 10 = 55{,}555_{10}$.

Двоичная система счисления. В двоичной системе счисления основание равно 2, а алфавит состоит из двух цифр (0 и 1). Следовательно, числа в двоичной системе в развернутой форме записываются в виде суммы степеней основания 2 с коэффициентами, в качестве которых выступают цифры 0 или 1.

Например, развернутая запись двоичного числа может выглядеть так:

$A_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$.

Свернутая форма этого же числа:

$A_2 = 101{,}01_2$.

В общем случае в двоичной системе запись числа A_2, которое содержит n целых разрядов числа и m дробных разрядов числа, выглядит так:

$A_2 = a_{n-1} \times 2^{n-1} + a_{n-2} \times 2^{n-2} + ... + a_0 \times 2^0 + a_{-1} \times 2^{-1} + ... + a_{-m} \times 2^{-m}$

Коэффициенты a_i в этой записи являются цифрами (0 или 1) двоичного числа, которое в свернутой форме записывается так:

$A_2 = a_{n-1}\, a_{n-2} ... a_0{,}a_{-1}\, a_{-2} ... a_{-m}$

Из вышеприведенных формул видно, что умножение или деление двоичного числа на 2 (величину основания) приводит к перемещению запятой, отделяющей целую часть от дробной на один разряд соответственно вправо или влево. Например:

$101{,}01_2 \times 2 = 1010{,}1_2$;

$101{,}01_2 : 2 = 10{,}101_2$.

Позиционные системы счисления с произвольным основанием. Возможно использование множества позиционных систем счисления, основание которых равно или больше 2. В системах счисления с основанием q (q-ичная система счисления) числа в развернутой форме записываются в виде суммы степеней основания q с коэффициентами, в качестве которых выступают цифры 0, 1, q - 1:

$A_q = a_{n-1} \times q^{n-1} + a_{n-2} \times q^{n-2} + ... + a_0 \times q^0 + a_{-1} \times q^{-1} + ... + a_{-m} \times q^{-m}$

Коэффициенты a_i в этой записи являются цифрами числа, записанного в q-ичной системе счисления.

Так, в восьмеричной системе основание равно восьми (q = 8). Тогда записанное в свернутой форме восьмеричное число $A_8 = 673{,}2_8$ в развернутой форме будет иметь вид:

$A_8 = 6 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 3 \times 8^0 + 2 \times 8^{-1}$.

В шестнадцатеричной системе основание равно шестнадцати (q = 16), тогда записанное в свернутой форме шестнадцатеричное число $A_{16} = 8A{,}F_{16}$ в развернутой форме будет иметь вид:

$A_{16} = 8 \times 16^1 + A \times 16^0 + F \times 16^{-1}$.

Если выразить шестнадцатеричные цифры через их десятичные значения (A=10, F=15), то запись числа примет вид:

$A_{16} = 8 \times 16^1 + 10 \times 16^0 + 15 \times 16^{-1}$.

3 Подведение итогов.

1. Чем отличаются позиционные системы счисления от непозиционных?
2. Может ли в качестве цифры использоваться символ буквы?
3. Какое количество цифр используется в q-ичной системе счисления?

Задания

1. Записать числа $19{,}99_{10}$; $10{,}10_2$; $64{,}5_8$; $39{,}F_{16}$ в развернутой форме.

2 Во сколько раз увеличатся числа $10{,}1_{10}$; $10{,}1_2$; $64{,}5_8$; $39{,}F_{16}$ при переносе запятой на один знак вправо?

3 При переносе запятой на два знака вправо число $11{,}11_x$ увеличилось в 4 раза. Чему равно x?

4. Какое минимальное основание может иметь система счисления, если в ней записаны числа 23 и 67?

5. Записать число 1999_{10} в римской системе счисления.