

Наибольший общий делитель

Цели: ввести понятия наибольшего общего делителя; формировать навык нахождения наибольшего общего делителя; повторить сравнение, сложение, вычитание дробей с одинаковыми знаменателями.

Информация для учителя

Обратить внимание учеников на разный смысл выражений: «общий делитель чисел», «наибольший общий делитель чисел».

При нахождении наибольшего общего делителя первоначально надо проверить, не будут ли все данные числа делиться на наименьшее из них. Тогда это число будет наибольшим общим делителем всех данных чисел.

Способы нахождения наибольшего общего делителя нескольких натуральных чисел:

I способ

1. Записать все делители одного числа.
2. Выяснить, какие из них являются делителями каждого из остальных чисел.
3. Выбрать наибольшее число из этих делителей. Это число - наибольший общий делитель всех данных чисел.

Этот способ удобен, когда количество делителей хотя бы у одного из чисел невелико.

II способ

1. Разложить числа на простые множители.
 2. Выписать общие простые множители.
 3. Найти произведение полученных простых множителей.
- Если в разложении чисел на простые множители нет общих множителей, то числа имеют единственный общий делитель - единицу, которая и будет наибольшим общим делителем всех данных чисел. То есть наибольшим общим делителем взаимно простых чисел будет 1.

Ход урока

I. Организационный момент

II. Актуализация опорных знаний учащихся

1. Ознакомить учащихся с результатами самостоятельной работы.
2. Разложить на простые множители те числа, где допущено наибольшее количество ошибок.

III. Устный счет

1. Если к числу прибавить 3, то полученное число разделится без остатка на 7. Чему равен остаток от деления первого числа на 7? (4.)

2. № 127 стр. 22.

(Ответ: нет, не существует такого прямоугольника, потому что периметр мы находим по формуле $P = 2(a + b)$, следовательно, периметр выражается всегда составным числом, так как это число делится на 2.)

— Существует ли прямоугольник, стороны которого выражаются натуральными числами, а площадь — простым числом? (Да, если одна сторона равна 1, а другая сторона — любое простое число.)

— Почему? (Площадь мы находим по формуле $S = av$, следовательно, при умножении 1 на простое число получается это же простое число.)

3. Какая цифра должна стоять вместо * в числе $23*5$, чтобы оно делилось на 15? ($75 = 3 \cdot 5$, следовательно, наше число должно делиться и на 5, и на 3. Так как запись оканчивается цифрой 5, значит, на 5 делится, а чтобы делилось на 3, надо чтобы сумма цифр делилась на 3, поэтому $* = 2, 5, 8$.)

4. Какие четные числа, удовлетворяют неравенству $316 < x < 327$?

5. — Как называются данные равенства? (Уравнения.)

— Что интересного заметили? (Вместо привычных неизвестных x, y используются буквы русского алфавита.)

— Чем похожи эти уравнения? (Во всех уравнениях одинаковое делимое, неизвестное — делитель числа 84.)

Необходимо выслушать разные варианты ответов детей.

По цепочке ученики с места решают уравнения, объясняя правило нахождения неизвестного компонента, записывая в тетрадь только ответы, учитель пишет на доске.

- 1) $84 : л = 14$; л =
- 2) $84 : т = 7$; т =
- 3) $84 : е = 21$; е =
- 4) $84 : л - 4$; л =
- 5) $84 : ь = 3$; ь =
- 6) $84 : д = 28$; д =
- 7) $84 : е = 6$; е =
- 8) $84 : и = 12$. и =

— Расположите ответы в порядке возрастания:

3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28

д е л и т е л ь

— Назовите, какое слово получилось. Дайте определение делителя натурального числа. (Делитель — это натуральное число, на которое делится данное натуральное число без остатка.)

IV. Сообщение темы урока

— Сегодня на уроке мы постараемся выяснить, что в математике называют наибольшим общим делителем и как его находить.

V. Изучение нового материала

I. Подготовительная работа.

а) № 157 (а) стр. 27 (у доски и в тетрадях).

— Назовите наибольший делитель каждого числа, отличный от самого числа. Как его найти? ($875 = 53 \cdot 7$, $175 = 23 \cdot 33 \cdot 11$, $1188 = 32 \cdot 54$, 1875 ; чтобы найти наибольший делитель, надо число разделить на наименьший делитель, отличный от единицы.)

б) Для каждой пары чисел: 18 и 9; 10 и 7; 15 и 20; 14 и 35; 48 и 36.

— Найдите все делители каждого числа.

— Подчеркните их общие делители.

— Выпишите из общих делителей наибольшее число.

18: 1, 2, 3, 6, 9, 18.

9: 1, 3, 9. 9

10: 1, 10.

7: 1, 7. 1

15: 1, 3, 5, 15.

20: 1, 2, 4, 5, 10, 20. 5

14: 1, 2, 7, 14.

35: 1, 5, 7, 35. 7

48: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48.

36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. 12

(Решение с доски не стирать.)

2. Работа над новой темой.

а) Учебник стр. 24. Решение задачи разобрать устно, используя записи на доске. (Текст задачи лучше записать на доске.)

— Прочитайте задачу.

— Как вы ее понимаете? (Нужно составить одинаковые наборы, используя все конфеты.)

— Как это сделать? (Найти число, на которое делятся числа 48 и 36, то есть найти их общие делители.)

— Мы это уже сделали. (Общие делители 1, 2, 3, 4, 6, 12.)

— Какое число является наибольшим? (12.)

— Какой вывод можно сделать? (Можно составить 12 подарков.)

— Сколько конфет каждого вида будет в одном подарке?

($48 : 12 = 4$ (к.) — «Ласточка»; $36 : 12 = 3$ (к.) — «Чебурашка».)

б) Определение наибольшего общего делителя прочитайте по учебнику.

в) Обозначают: НОД (48; 36) = 12.

— Давайте запишем НОД для чисел на доске.

НОД (18; 9) = 9, НОД (10; 7) = 1, НОД (15; 20) = 5, НОД (14; 35) = 7, НОД (48; 36) = 12.

— Мы с вами находили НОД чисел I способом. Этот способ удобен, когда количество делителей, хотя бы у одного из чисел, невелико.

г) Можно найти наибольший общий делитель, не выписывая всех делителей данных чисел.

— В чем же суть II способа нахождения НОД?

1. Разложите числа на простые множители.

2. Выпишите общие простые множители.

3. Найдите произведение полученных простых множителей.

— Найдите наибольший общий делитель чисел 24 и 60:

Решение:

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$
$$24 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 2 \cdot \underline{3}, \quad 60 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot 5$$
$$\text{НОД}(24; 60) = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} = 12.$$

— Внимание! Можно проверить, правильно вы нашли НОД или допустили ошибку.

— Как это сделать? (Например, $24 : 12 = 2$, $60 : 12 = 5$.)

VI. Физкультминутка

VII. Закрепление изученного материала

1. № 147 стр. 26 (устно).

— Назовите общие множители чисел а и б.

— Произведение этих общих множителей и есть наибольший общий делитель чисел а и б.

(Ответ: а) $2 \cdot 3 \cdot 3$; б) $5 \cdot 7 \cdot 7$.)

2. № 148 (а—г) стр. 26 (у доски и в тетрадях).

— Находить НОД можно любым удобным в данном случае способом.

Ответ:

а) НОД (12; 18) = $2 \cdot 3 = 6$;

б) НОД (50; 175) = $5 \cdot 5 = 25$;

в) НОД (675; 875) = $3 \cdot 5 \cdot 5 = 75$;

г) НОД (7920; 594) = $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 = 198$.

3. Устно найти наибольший общий делитель чисел:

а) 200; 600; 800; б) 300; 400; 800; в) 36; 48; 60.

Ответ:

а) НОД (200; 600; 800) = 200;

б) НОД (300; 400; 800) = 100;

в) НОД (36; 48; 60) = 12.

VIII. Работа над задачей

1. — Составьте задачу, аналогичную задаче про конфеты.

— В одной корзине 32 яблока, в другой корзине 40 груш. Какое наибольшее количество одинаковых наборов можно составить, используя эти фрукты?

— Что нужно сделать, чтобы ответить на вопрос задачи? (Найти наибольшее число, на которое делятся числа 32 и 40, то есть найти их наибольший общий делитель.)

НОД (32; 40) = 8.

(Ответ: 8 наборов.)

2. — Какие углы называются развернутыми?

№ 164 (1) стр. 27 (на доске и в тетради).

— Прочитайте задачу.

— Выполните приблизительный чертеж.

— Составьте краткую запись задачи.

$$\begin{array}{l} \text{Угол АОМ} - ?^\circ, \text{ в } 3 \text{ раза б.} \\ \text{Угол ВОМ} - ?^\circ \end{array} \downarrow \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Угол АОМ} \\ \text{Угол ВОМ} \end{array}} \right\} 180^\circ$$

— Решим эту задачу алгебраическим способом, то есть с помощью уравнения.

— Назовите вопрос задачи. (Чему равны углы ЛОМ и ВОМ?)

— Что примем за x ? Почему? (Градусную меру угла ВОМ. За x лучше принимать меньшее число.)

— Тогда, что можно сказать об угле АОМ? ($3x$ — градусная мера угла АОМ.)

— На основании чего можно составить уравнение? (Углы АОМ и ВОМ составляют развернутый угол, градусная мера которого равна 180° .)

Решение:

1) Пусть x — градусная мера угла ВОМ,

$3x$ — градусная мера угла АОМ.

Так как сумма углов АОМ и ВОМ равна 180° , то составим уравнение:

$$x + 3x = 180$$

$$4x = 180$$

$$x = 180 : 4$$

$$x = 45; \quad 45^\circ \text{ — градусная мера угла ВОМ.}$$

$$2) 45 \cdot 3 = 135^\circ \text{ — градусная мера угла АОМ.}$$

(Ответ: 45° , 135° .)

— Как по-другому можно было найти градусную меру угла АОМ? ($180 - 45 = 135^\circ$.)

— Постройте эти углы.

— Как называется прибор для измерения градусной меры углов? (Транспортир.)

IX. Повторение изученного материала

1. Самостоятельная работа.

Взаимопроверка. (На закрывающейся доске записаны ответы.)

Вариант I. № 132 (а, в, д) стр. 22, № 142 (а, в) стр. 23, № 162 (а, в) стр. 27.

Вариант II. № 132 (б, г, е) стр. 22, № 142 (б, г) стр. 23, № 162 (б, г) стр. 27.

2. Индивидуальная работа.

— Кто не помнит, как сравнивать, складывать и вычитать обыкновенные дроби? Подойдите к доске.

(Учитель у доски работает со слабыми учащимися, потом они выполняют из каждого номера самостоятельной работы по одному заданию.)

3. После проверки самостоятельной работы, если много ошибок, можно предложить следующие задания.

а) Расположите дроби в порядке убывания:

$$\frac{1}{7}, \frac{1}{23}, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{23} \right).$$

б) Расположите дроби в порядке возрастания:

$$\frac{4}{9}, \frac{8}{9}, \frac{1}{9}, \frac{7}{9}, \frac{3}{9}, \frac{5}{9}, \left(\frac{1}{9}, \frac{3}{9}, \frac{4}{9}, \frac{5}{9}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9} \right).$$

X. Подведение итогов урока

— Какое число называют общим делителем данных натуральных чисел?

— Какое число называют наибольшим общим делителем двух натуральных чисел?

— Число a кратно числу b , Какое число является наибольшим общим делителем чисел a и b ? (b .)

Домашнее задание

Учебник стр. 26 (прочитать текст под рубрикой Г «Говори правильно»), № 169 (а), 170 (а, б), 173 стр. 28; № 178 стр. 29.