Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа

Цели: формировать навык нахождения наибольшего общего делителя; ввести понятие взаимно простых чисел; отрабатывать умение решать задачи на использование НОД чисел; учить анализировать, делать выводы.

Ход урока

I. Организационный момент

II. Устный счет

1. Может ли разложение на простые множители числа 24 753 содержать множитель 5? Почему? (Нет, так как запись данного числа не оканчивается цифрой 0 или 5.)

2. Назовите число, которое делится на все числа без остатка. (Нуль.)

3. Сумма двух целых чисел нечетна. Четно или нечетно их произведение? (Если сумма двух чисел нечетна, то одно число четно, второе нечетно. Так как один из множителей четное число, следовательно, он делится на 2, значит и произведение делится на 2. Тогда и все произведение четно.)

4. В одной семье у каждого из трех братьев есть сестра. Сколько детей в семье? (4 детей: трое мальчиков и одна их сестра.)

III. Индивидуальная работа

Разложите число 210 всеми возможными способами:

а) на 2 множителя; (210 = 21 · 10 = 14 · 15 = 7 · 30 = 70 · 3 = 6 · 35 = 42 · 5 = 105 · 2.)

б) на 3 множителя; (210 = 3 · 7 · 10 = 5 · 3 · 14 = 7 · 5 · 6 = 35 · 2 · 3 = 21 · 2 · 5 = 7 · 2 · 15.)

в) на 4 множителя. (210 = 3 · 7 · 2 · 5.)

IV. Сообщение темы урока

«Числа правят миром». Эти слова принадлежат древнегреческому математику Пифагору, жившему в V в. до н.э.

— Сегодня мы познакомимся еще с одной группой чисел, которые называются взаимно простыми.

V. Изучение нового материала

1. Подготовительная работа.

№ 146 стр. 25 (на доске и в тетрадях). (Самостоятельно, в это время один ученик работает на обратной стороне доски.)

— Найдите все делители каждого числа.

— Подчеркните их общие делители.

— Запишите наибольший общий делитель.

Ответ:

а) 18: 1, 2, 3, 6, 9,18.
60: 1, 2, 3, 4, 6, 10, 15, 20, 30, 60.
НОД (18; 60) = 6.
б) 72: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12,18, 24, 36, 72.
96: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12,16, 24, 32, 48, 96.
120: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 30, 60, 120.
НОД (72; 96; 120) = 24.
в) 35: 1, 5, 7, 35.
88: 1, 2, 4, 8, 11, 22, 44, 88.
НОД (35; 88) = 1.

— Какие числа имеют только один общий делитель? (35 и 88.)

2. Работа над новой темой.

(Самостоятельно, в это время один ученик работает на обратной стороне доски.)

— Найдите наибольший общий делитель чисел: 7 и 21; 25 и 9; 8 и 12; 5 и 3; 15 и 40; 7 и 8.

Ответ:

НОД (7; 21) = 7; НОД (25; 9) = 1; НОД (8; 12) = 4;
НОД (5; 3)= 1; НОД (15; 40) = 5; НОД (7; 8) = 1.

— У каких пар чисел одинаковый общий делитель? (25 и 9; 5 и 3; 7 и 8 — общий делитель 1.)

— Такие числа называются взаимно простыми.

— Дайте определение взаимно простых чисел.

— Приведите примеры взаимно простых чисел. (35 и 88, 3 и 7; 12 и 35; 16 и 9.)

VI. Историческая минутка

Древние греки придумали замечательный способ, позволяющий искать наибольший общий делитель двух натуральных чисел без разложения на множители. Он носил название «Алгоритма Евклида».

О жизни греческого математика Евклида достоверные данные неизвестны. Ему принадлежит выдающееся научное произведение, называемое «Начала». Оно состоит из 13 книг и излагает основы всей древнегреческой математики.

Именно здесь описывается алгоритм Евклида, который заключается в том, что наибольшим общим делителем двух натуральных чисел является последний, отличный он нуля, остаток при последовательном делении этих чисел. Под последовательным делением подразумевается деление большего числа на меньшее, меньшего числа на первый остаток, первого остатка на второй остаток и т.д., пока деление не закончится без остатка. Положим, требуется найти НОД (455; 312), тогда

$455 : 312 = 1$ (ост. 143), получаем $455 = 312 \cdot 1 + 143$.

$312 : 143 = 2$ (ост. 26), $312 = 143 \cdot 2 + 26$,

$143 : 26 = 5$ (ост. 13), $143 = 26 \cdot 5 + 13$,

$26 : 13 = 2$ (ост. 0), $26 = 13 \cdot 2$.

Последний делитель или последний, отличный от нуля остаток 13 и будет искомым НОД (455; 312) = 13.

VII. Физкультминутка

VIII. Работа над задачей

1. № 152 стр. 26 (с подробным комментированием у доски и в тетрадях).

— Прочитайте задачу.

— О ком говорится в задаче?

— О чем говорится в задаче?

— Назовите 1-й вопрос задачи.

— Как узнать, сколько ребят было на елке? (Найти НОД чисел 123 и 82.)

— Прочитайте задание к этой задаче из тетрадей. (Количество апельсинов и яблок должно делиться на одно и то же наибольшее число.)

— Как узнать, сколько апельсинов было в каждом подарке? (Все количество апельсинов разделить на количество присутствующих на елке детей.)

— Как узнать, сколько яблок было в каждом подарке? (Все количество яблок разделить на количество присутствующих на елке детей.)

— Запишите решение задачи в тетрадях на печатной основе.

Решение:

123	2
41	41
1	1

82	41
41	2
1	

НОД (123; 82) = 41, значит, 41 человек.

$123 : 41 = 3$ (ап.)

$82 : 41 = 2$ (ябл.)

(Ответ: ребят 41, апельсинов 3, яблок 2.)

2. № 164 (2) стр. 27 (после краткого разбора, один ученик — на обратной стороне доски, остальные самостоятельно, потом самопроверка).

— Прочитайте задачу.

— Чему равна градусная мера развернутого угла?

— Если один угол в 4 раза меньше, то что можно сказать про второй угол? (Он в 4 раза больше.)

— Запишите это в краткую запись.

— Каким способом будете решать задачу? (Алгебраическим.)

Решение:

1) Пусть x — градусная мера угла СОК,

$4x$ - градусная мера угла KOD.

Так как сумма углов СОК и KOD равна 180°, то составим уравнение:

$x + 4x = 180$

$5x = 180$
$x = 180 : 5$
$x = 36$;   36° — градусная мера угла СОК.
2) $36 \cdot 4 = 144°$ — градусная мера угла KOD.
(Ответ: 36°, 144°.)
— Постройте эти углы.
— Определите вид углов СОК и KOD. (Угол СОК — острый, угол KOD — тупой.)
— Почему?

IX. Закрепление изученного материала
1. № 149 стр. 26 (у доски с подробным комментарием).
— Что нужно сделать, чтобы определить, являются ли числа взаимно простыми? (Найти их наибольший общий делитель, если он равен 1, то числа взаимно простые.)
2. № 150 стр. 26 (устно).
— Подтвердите свой ответ. (9 и 14; 14 и 15; 14 и 27 — пары взаимно простых чисел, так как их НОД равен 1.)
3. № 151 стр. 26 (один ученик у доски, остальные в тетрадях).
(Ответ: $\frac{1}{12}, \frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{11}{12}$.)
— Кто не согласен?
4. Устно, с подробным объяснением.
— Как находят наибольший общий делитель нескольких натуральных чисел? (Находят так же, как и двух чисел.)
— Найдите наибольший общий делитель чисел:
а) 18, 14 и 6; б) 26, 15 и 9; в) 12, 24, 48; г) 30, 50, 70.
Решение:
а) 1. Проверим, делятся ли числа 18 и 14 на 6. Нет.
2. Разложим на простые множители наименьшее число $6 = 2 \cdot 3$.
3. Проверим, делятся ли числа 18 и 14 на 3. Нет.
4. Проверим, делятся ли числа 18 и 14 на 2. Да. Следовательно, НОД (18; 14; 6) = 2.
б) НОД (26; 15; 9) = 1.
— Что можно сказать об этих числах? (Они взаимно простые.)
в) НОД (12; 24; 48) = 12.
г) НОД (30; 50; 70) = 10.

X. Самостоятельная работа
Взаимопроверка. (На закрывающейся доске записаны ответы.)
Вариант I. № 161 (а, б) стр. 27, № 157 (б — 1 и 3 число) стр. 27.
Вариант II. № 161 (в, г) стр. 27, № 157 (б — 2 и 3 число) стр. 27.

XI. Подведение итогов урока
— Какие числа называют взаимно простыми?
— Как можно узнать, являются ли данные числа взаимно простыми?
— Как найти наибольший общий делитель нескольких натуральных чисел?
Домашнее задание
№ 169 (6), 170 (в, г), 171, 174 стр. 28.
Дополнительное задание: При перестановке цифр простого числа 311 опять получится простое число (проверьте это по таблице простых чисел). Найдите все двузначные числа, обладающие таким же свойством. (113, 131; 13, 31; 17, 71; 37, 73; 79, 97.)