Геометрическая прогрессия (4ч)

Цель: рассмотреть последовательность - геометрическую прогрессию.

Ход уроков

I. Сообщение темы и цели уроков

II. Повторение и закрепление пройденного материала

1. Ответы на вопросы по домашнему заданию (разбор нерешенных задач).

2. Контроль усвоения материала (самостоятельная работа).

Вариант 1

1. Найдите сумму тридцати первых членов арифметической прогрессии, заданной формулой $a_n = 3n + 2$.

2. В арифметической прогрессии $a_6 = 1$ и $a_{10} = 13$. Найдите сумму первых двадцати членов.

3. Найдите сумму всех трехзначных чисел, кратных 4.

Вариант 2

1. Найдите сумму сорока первых членов арифметической прогрессии, заданной формулой $a_n = 4n - 3$.

2. В арифметической прогрессии $a_5 = 3$ и $a_9 = 15$. Найдите суму первых тридцати членов.

3. Найдите сумму всех трехзначных чисел, кратных 3.

III. Изучение нового материала

1. Основные понятия

Рассмотрим еще одну наиболее изученную последовательность - геометрическую прогрессию.

Последовательность чисел b_n, первый член которой отличен от нуля и каждый член, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на одно и то же отличное от нуля число q, называется *геометрической прогрессией* (q - знаменатель прогрессии): $b_{n+1} = b_n \cdot q$ $(n \geq 1, b_1 \neq 0, q \neq 0)$.

Пример 1

Найдем первые четыре члена геометрической прогрессии, если $b_1 = 2$, $q = 3$.

Из определения геометрической прогрессии $b_{n+1} = b_n q$ имеем: при n = 1 $b_2 = b_1 q = 2 \cdot 3 = 6$, при n = 2 $b_3 = b_2 q = 6 \cdot 3 = 18$, при n = 3 $b_4 = b_3 q = 18 \cdot 3 = 54$. Итак, эти члены 2, 6, 18, 54.

Геометрическая прогрессия задается *рекуррентной* формулой. При решении задач более удобна *формула n-го члена*.

2. Формула n-го члена геометрической прогрессии

Пример 2

Получим формулу n-го члена геометрической прогрессии. Используем рекуррентную формулу $b_{k+1} = b_n \cdot q$ и выпишем (n - 1) равенство:

$$\left.\begin{aligned} b_2 &= b_1 q \\ b_3 &= b_2 q \\ b_4 &= b_3 q \\ &\dots \\ b_n &= b_{n-1} q \end{aligned}\right\} n-1.$$

Перемножим почленно эти равенства. При этом в обеих частях равенства сократится произведение $b_2 b_3 b_4 \cdot \ldots \cdot b_{n-1}$. Получаем $b_n = b_1 q^{n-1}$ - формулу n-го члена геометрической прогрессии.

При решении задач, связанных с геометрической прогрессией, удобно выразить члены прогрессии через ее первый член и знаменатель.

Пример 3

Четвертый член геометрической прогрессии больше второго члена на 24, а сумма второго и третьего членов равна 6. Найдем эту прогрессию.

Выразим второй, третий, четвертый члены прогрессии через ее первый член: $b_2 = b_1q,\ b_3 = b_1q^2,\ b_4 = b_1q^3$ - и запишем условия задачи: $24 = b_4 - b_2 = b_1q^3 - b_1q = b_1q(q^2-1);$ $6 = b_2 + b_3 = b_1q + b_1q^2 = b_1q(1+q)$. Получим систему нелинейных уравнений: $\begin{cases} 24 = b_1q(q^2-1), \\ 6 = b_1q(q+1). \end{cases}$ Разделив первое уравнение на второе, найдем: 4 = q - 1, откуда q = 5. Тогда из второго уравнения b_1 = 1/5.

Пример 4

Первый член геометрической прогрессии b_1, b_2, b_3, ... равен единице. При каком значении знаменателя прогрессии величина $4b_2 + 5b_3$ имеет минимальное значение?

Выразив второй и третий члены прогрессии через ее первый член и знаменатель: $b_2 = b_1q = q;\ b_3 = b_1q^2 = q^2$, получим: $S = 4b_2 + 5b_3 = 5q^2 + 4q$. Квадратичная функция S(q) достигает минимального значения при $q = -\frac{4}{2\cdot 5} = -\frac{2}{5}$.

Пример 5

Пусть x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2 - x + a = 0$ и x_3, x_4 - корни уравнения $x^2 - 4x + b = 0$. Известно, что числа x_1, x_2, x_3, x_4 (в указанном порядке) составляют возрастающую геометрическую прогрессию. Решим уравнения и найдем числа a, b.

Для данных квадратных уравнений запишем формулы Виета:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_1x_2 = a, \\ x_3 + x_4 = 4, \\ x_3x_4 = b. \end{cases}$$

Рассмотрим сначала первое и третье уравнения этой системы и учтем, что $x_2 = x_1q,\ x_3 = x_1q^2,\ x_4 = x_1q^3$. Тогда получим: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ x_3 + x_4 = 4 \end{cases}$ или $\begin{cases} x_1(1+q) = 1, \\ x_1q^2(1+q) = 4. \end{cases}$ Разделив второе уравнение на первое, найдем: $q^2 = 4$, откуда q = 2 и q = -2 (не подходит, так как прогрессия возрастающая, т. е. q > 0). Из первого уравнения получаем: $x_1 = \frac{1}{1+q} = \frac{1}{3}$, тогда $x_2 = \frac{2}{3},\ x_3 = \frac{4}{3}$ и $x_4 = \frac{8}{3}$. Из второго и четвертого уравнений исходной системы находим: $a = x_1x_2 = \frac{2}{9}$ и $b = x_3x_4 = \frac{32}{9}$. Итак, $x_1 = \frac{1}{3},\ x_2 = \frac{2}{3},\ x_3 = \frac{4}{3},\ x_4 = \frac{8}{3},\ a = \frac{2}{9},\ b = \frac{32}{9}$.

3. Формула суммы членов конечной геометрической прогрессии

Сумма n первых членов вычисляется по формуле $S_n = \frac{b_{n+1} - b_1}{q-1}$ или $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q-1}\ (q \neq 1)$ и $S_n = nb_1\ (q = 1)$.

Пример 6

Получим формулу для вычисления суммы n первых членов геометрической прогрессии.

Рассмотрим сумму n первых членов прогрессии:

$$S_n = b_1 + b_2 + b_3 + ... + b_{n-1} + b_n. \qquad (1)$$

Умножим эту величину на q и получим: $qS_n = b_1q + b_2q + b_3q + ... + b_{n-1}q + b_nq$. Учитывая определение геометрической прогрессии ($b_n = b_{n-1}q$: $b_1q = b_2$, $b_2q = b_3$, ..., $b_nq = b_{n+1}$), запишем это же равенство:

$$qS_n = b_2 + b_3 + b_4 + ... + b_n + b_{n+1}. \qquad (2)$$

Вычтем из соотношения (2) выражение (1), тогда в правой части сокращаются члены b_2, b_3, ..., b_n, и получаем: $S_n(q-1) = b_{n+1} - b_1$, откуда $S_n = \frac{b_{n+1} - b_1}{q-1}$ (разумеется, для $q \neq 1$). Учитывая, что $b_{n+1} = b_1q^n$, из этого выражения находим: $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q-1}$. Итак, $S_n = \frac{b_{n+1} - b_1}{q-1} = \frac{b_1(q^n - 1)}{q-1}$.

Если знаменатель q = 1, то геометрическая прогрессия состоит из одинаковых членов b_1. Тогда сумма первых n членов такой прогрессии равна $S_n = nb_1$.

Пример 7

Найдем сумму первых восьми членов геометрической прогрессии, второй член которой равен 6, а четвертый равен 24.

Сначала определим характеристики геометрической прогрессии. Используя формулу n-го члена, запишем условия задачи: $\begin{cases} b_1q = 6, \\ b_1q^3 = 24. \end{cases}$ Разделив второе уравнение на первое, получим: $q^2 = 4$, откуда $q = \pm 2$. Для q = 2 найдем $b_1 = \frac{6}{q} = 3$ и сумму $S_8 = \frac{3\cdot(2^8 - 1)}{2-1} = 3\cdot 255 = 765$. Для q = -2 получаем: $b_1 = -2$ и сумму $S_8 = \frac{-3\cdot((-2)^8 - 1)}{-2-1} = 255$.

Пример 8

Сумма первого и пятого членов геометрической прогрессии равна 51, а сумма второго и шестого членов равна 102. Сколько членов этой прогрессии, начиная с первого, нужно сложить, чтобы их сумма была равна 3069?

Найдем характеристики геометрической прогрессии. Используя формулу n-го члена, запишем условия задачи: $\begin{cases} b_1 + b_1q^4 = 51, \\ b_1q + b_1q^5 = 102 \end{cases}$ или $\begin{cases} b_1(1+q^4) = 51, \\ b_1q(1+q^4) = 102. \end{cases}$ Разделив второе уравнение на первое, получим: $q = \frac{102}{51} = 2$. Из первого уравнения найдем $b_1 = \frac{51}{1+q^4} = \frac{51}{17} = 3$.

Предположим, что сложили n членов прогрессии и получили сумму $S_n = \frac{3(2^n - 1)}{2-1} = 3(2^n - 1)$. По условию такая сума равна 3069. Имеем уравнение: $3(2^n - 1) = 3069$, или $2^n - 1 = 1023$, или $2^n = 1024 = 2^{10}$, откуда n = 10. Итак, нужно сложить десять первых членов прогрессии.

Пример 9

Решим уравнение 1 + 2 + 4 + 8 + ... + x = 255.

В левой части уравнения находится сумма геометрической прогрессии с первым членом 1, знаменателем 2. Пусть число слагаемых равно n. Тогда эта сумма равна: $\frac{1(2^n - 1)}{2-1} = 2^n - 1 = 255$, отсюда: $2^n = 256 = 2^8$. Так как x является n-м членом прогрессии, то $x = 1\cdot 2^{n-1} = 2^{8-1} = 2^7 = 128$.

Очень распространен круг задач, где для суммирования чисел и алгебраических выражений используется сумма геометрической прогрессии.

Пример 10

Найдем сумму $S=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2+\ldots+\left(x^n+\frac{1}{x^n}\right)^2,\ x\neq\pm1.$

Возведем в квадрат слагаемые этой суммы и получим: $S=\left(x^2+2+\frac{1}{x^2}\right)+\left(x^4+2+\frac{1}{x^4}\right)+\ldots+\left(x^{2n}+\frac{1}{x^{2n}}\right).$ Перейдем к отрицательным показателям степени и сгруппируем слагаемые, входящие в S: $S=(x^2+x^4+\ldots+x^{2n})+(x^{-2}+x^{-4}+x^{-6}+\ldots+x^{-2n})+(2+2+\ldots+2).$ Каждая из трех скобок содержит по n слагаемых. Причем первая скобка содержит сумму геометрической прогрессии с первым членом x^2 и знаменателем x^2; вторая - сумму геометрической прогрессии с первым членом x^{-2} и знаменателем x^{-2}; третья - сумму чисел 2. Учитывая это, получим: $S=\frac{x^2[(x^2)^n-1]}{x^2-1}+\frac{x^{-2}[(x^{-2})^n-1]}{x^{-2}-1}+2n=$

$$=\frac{x^{2n+2}-x^2}{x^2-1}+\frac{\frac{1}{x^2}\left(\frac{1}{x^{2n}}-1\right)}{\frac{1}{x^2}-1}+2n=\frac{x^{2n+2}-x^2}{x^2-1}+\frac{x^{2n}-1}{(x^2-1)x^{2n}}+2n=$$

$$=\frac{x^{4n+2}-1-x^{2n}(x^2-1)}{(x^2-1)x^{2n}}+2n=\frac{x^{4n+2}-1}{(x^2-1)x^{2n}}-1+2n=\frac{x^{4n+2}-1}{(x^2-1)x^{2n}}+(2n-1).$$

Пример 11

Найдем сумму $1+11+111+\ldots+\underbrace{111\ldots1}_{n}.$

Умножим и разделим сумму на 9: $S=\frac{1}{9}\left(9+99+999+\ldots+\underbrace{999\ldots9}_{n}\right)=$ $=\frac{1}{9}[(10-1)+(10^2-1)+(10^3-1)+\ldots+(10^n-1)].$ Сгруппируем слагаемые суммы: $S=\frac{1}{9}\left[(10+10^2+10^3+\ldots+10^n)-\left(\underbrace{1+1+1+\ldots+1}_{n}\right)\right].$ Первая скобка представляет собой сумму геометрической прогрессии с первым членом 10 и знаменателем 10. Учитывая это, получим: $S=\frac{1}{9}\left[\frac{10\cdot(10^n-1)}{10-1}-n\right]=\frac{1}{9}\left(\frac{10^{n+1}-10}{9}-n\right).$

Пример 12

При любом n сумма S_n членов некоторой последовательности (b_n) находится по формуле: $S_n = 6\cdot3^n - 2$. Докажем, что эта последовательность не является геометрической прогрессией, и найдем пять первых членов этой последовательности.

Как и в примере 3, воспользуемся определением геометрической прогрессии. Найдем сначала формулу n-го члена данной последовательности (b_n). Очевидно, что $b_n=S_n-S_{n-1}=(6\cdot3^n-2)-(6\cdot3^{n-1}-2)=6\cdot3^{n-1}(3-1)=12\cdot3^{n-1}.$

Найдем отношение двух соседних членов этой последовательности: $\frac{b_n}{b_{n-1}}=\frac{12\cdot3^{n-1}}{12\cdot3^{n-2}}=3,$ откуда $b_n=b_{n-1}\cdot3.$ Казалось бы, данная последовательность является геометрической прогрессией со знаменателем 3. Однако выражение для $b_n=S_n-S_{n-1}$ справедливо только для $n\geq2$ (так как при n = 1 величина S_{n-1} не существует). Поэтому выражение для $\frac{b_n}{b_{n-1}}$ будет справедливо уже при $n\geq3$ (так как при n = 2 величина b_{n-1} не описывается полученной формулой).

Итак, из приведенных рассуждений видно, что при n > 2 члены последовательности описываются соотношением $b_n=12\cdot3^{n-1}$, и по этой формуле находим: $b_2 = 36$, $b_3 = 108$, $b_4 = 324$, $a_5 = 972$. Легко проверить, что $\frac{b_3}{b_2} = \frac{b_4}{b_3} = \frac{b_5}{b_4} = 3.$ Для нахождения b_1 учтем, что при $n = 1$ сумма S_n состоит всего из одного члена b_1 и $b_1 = S_1 = 6 \cdot 3 - 2 = 16$. Видно, что $\frac{b_2}{b_1} = \frac{36}{16} \neq 3.$

Таким образом, последовательность не является геометрической прогрессией. Первые пять ее членов, соответственно, равны 16; 36; 108; 324; 972.

Если $|q| < 1$, то прогрессия называется *бесконечно убывающей геометрической прогрессией*. Для нее, разумеется, как и для любой геометрической прогрессии, справедливы свойства и формулы, приведенные выше. Кроме того, можно вычислить сумму бесконечного числа членов такой прогрессии по формуле $S = \frac{b_1}{1-q}.$

Пример 13

Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 4, а сумма кубов ее членов равна 192. Найдем эту прогрессию. Пусть дана прогрессия $b_1; b_1q; b_1q^2; \ldots; |q| < 1.$ Тогда ее сумма $4 = \frac{b_1}{1-q}.$ Кубы членов данной прогрессии $b_1^3; b_1^3q^3; b_1^3q^6; \ldots.$ также образуют геометрическую прогрессию с первым членом b_1^3 и знаменателем q^3. Так как при $|q| < 1$ величина $|q^3| = |q|^3 < 1$, то эта прогрессия также бесконечно убывающая и ее сумма: $192 = \frac{b_1^3}{1-q^3}.$ Получаем систему нелинейных уравнений: $\begin{cases} 4 = \frac{b_1}{1-q}, \\ 192 = \frac{b_1^3}{1-q^3}. \end{cases}$ Для решения этой системы возведем первое уравнение в куб: $64 = \frac{b_1^3}{(1-q)^3}$ - и разделим второе уравнение системы на полученное уравнение: $3 = \frac{(1-q)^3}{1-q^3} = \frac{(1-q)^2}{1+q+q^2}$ или $2q^2 + 5q + 2 = 0$. Корни этого уравнения $q = 1/2$ и $g = -2$ (не подходит, так как прогрессия бесконечно убывающая и $|q| < 1$). Теперь из первого уравнения находим $b_1 = 4(1-q) = 4 \cdot \frac{3}{2} = 6.$

Понятие бесконечно убывающей геометрической прогрессии позволяет обращать десятичные бесконечные периодические дроби в обыкновенные.

Пример 14

Обратим десятичную дробь 0,(17) в обыкновенную.

Запишем дробь в виде $0,(17) = 0,171717... = \frac{17}{100} + \frac{7}{10000} + \ldots.$ Таким образом, число 0,(17) является сумой бесконечно убывающей геометрической прогрессии, у которой $b_1 = \frac{7}{100}$ и $q = \frac{1}{100}.$ Эта сумма равна $\frac{\frac{17}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{17}{99}.$ Итак, $0,(17) = \frac{17}{99}.$

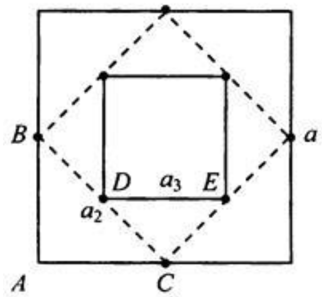
Заметим, что возможно и другое решение. Пусть дробь 0,(17) = x, т. е. x = 0,1717... . Учитывая, что период этой дроби содержит две цифры, умножим величину x на 100: 100x = 17,1717... . Вычтем из 100x величину x и получим: 100x - x = 17,1717 - 0,1717 = 17. Для нахождения x имеем линейное уравнение: 99x = 17, откуда x = 17/99.

Пример 15

Сторона квадрата равна а. Середины сторон этого квадрата соединим отрезками. Получился новый квадрат. С этим квадратом поступили так же, как и с данным, и т. д. Найдем суммы сторон, периметров и площадей всех этих квадратов.

Обозначим стороны этих квадратов (начиная с данного): а, a_2, a_3, ... Рассмотрим прямоугольный равнобедренный ΔABC: $AB = AC = \frac{a}{2},\ BC = a_2.$ Запишем для него теорему Пифагора: $BC^2 = AB^2 + AC^2$ или $a_2^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{2a^2}{4},$ откуда $a_2 = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$

Аналогично из прямоугольного ΔDEC находим: $a_3 = \frac{a_2\sqrt{2}}{2}$ и т. д.



Таким образом, стороны квадратов образуют бесконечно убывающую геометрическую прогрессию: $a, \frac{a\sqrt{2}}{2}, \frac{a}{2}, \ldots,$ у которой первый член а и знаменатель $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Найдем ее сумму: $\frac{a}{1-\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2a}{2-\sqrt{2}} = \frac{2a(2+\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})} = a(2+\sqrt{2}) \approx 3,4a.$

Так как периметр квадрата 4а, то периметры приведенных квадратов также образуют бесконечно убывающую геометрическую прогрессию с первым членом 4а и знаменателем $\frac{\sqrt{2}}{2}$, поэтому ее сумма $4a(2+\sqrt{2}).$

Площадь квадрата a^2 и площади квадратов $a^2;\ \frac{a^2}{2};\ \frac{a^2}{4}, \ldots$ образуют бесконечно убывающую геометрическую прогрессию с первым членом a^2 и знаменателем 1/2, поэтому сумма площадей $\frac{a^2}{1-\frac{1}{2}} = 2a^2.$

Итак, сумма сторон $a(2 + \sqrt{2})$, периметров - $4a(2 + \sqrt{2})$, площадей - $2a^2$.

4. Характеристическое свойство геометрической прогрессии

Отметим еще одно важное свойство членов геометрической прогрессии. Квадрат любого члена прогрессии (начиная со второго) равен произведению соседних членов: $b_n^2 = b_{n-1}b_{n+1}\ (n \ge 2)$ (характеристическое свойство).

Пример 16

Докажем характеристическое свойство членов геометрической прогрессии.

Используя определение геометрической прогрессии, запишем: $b_{n-1}b_{n+1} = \left(\frac{b_n}{q}\right)\cdot(b_nq) = b_n^2.$

При решении задач часто используется характеристическое свойство геометрической прогрессии.

Пример 17

При каких значениях х числа: (х - 2); х; (х + 3) образуют геометрическую прогрессию?

Для решения этой задачи воспользуемся свойством геометрической прогрессии: квадрат члена прогрессии равен произведению членов с ним соседних. Так как ничего не сказано о порядке следования чисел, то в качестве среднего числа необходимо рассмотреть каждое из данных чисел.

а) Пусть (x - 2) - среднее по порядку число. Запишем свойство прогрессии: $(x - 2)^2 = x(x + 3)$, откуда x = 4/7 и имеем прогрессии: $\frac{4}{7}; -\frac{10}{7}; \frac{25}{7}$ (знаменатель равен -5/2) или $\frac{25}{7}; -\frac{10}{7}; \frac{4}{7}$ (знаменатель равен -2/5).

б) Пусть x - среднее из чисел. Тогда $x^2 = (x - 2)(x + 3)$, откуда x = 6. Получаем прогрессии: 4; 6; 9 (знаменатель 3/2) или 9; 6; 4 (знаменатель 2/3).

в) Пусть (x + 3) — среднее из чисел. Тогда $(x + 3)^2 = x(x - 2)$, откуда x = -9/8. Находим прогрессии: $-\frac{9}{8}; \frac{15}{8}; -\frac{25}{8}$ (знаменатель -5/3) или $-\frac{25}{8}; \frac{15}{8}; -\frac{9}{8}$ (знаменатель -3/5).

Итак, при $x=-\frac{9}{8};\ x=\frac{4}{7};\ x=6$ данные числа образуют геометрическую прогрессию.

5. Прогрессии и банковские расчеты

В настоящее время в России сложилась разветвленная банковская система, которая, в частности, предлагает населению различные виды вкладов. Пусть в банк внесен вклад a руб. под p% годовых сроком на t лет. Получение дохода по вкладу возможно двумя способами:

1) ежегодное снятие процентов по вкладу в размере $a\cdot\frac{p}{100}$ руб.;

2) получение вклада вместе с процентами в конце срока хранения (капитализация вклада).

Разумеется, во втором случае доход от вклада будет больше, так как p% начисляется от постоянно увеличивающейся суммы вклада. Рассмотрим, как меняется вклад в каждом случае.

Сначала обсудим первый способ получения дохода. В конце каждого года за счет процентов добавляется $\frac{p}{100}\cdot a$ руб. Поэтому итоговая сумма денег в конце каждого составляет соответственно: $\left(a+\frac{p}{100}\cdot a\right)$ руб., $\left(a+\frac{2p}{100}\cdot a\right)$ руб., ..., $\left(a+\frac{tp}{100}\cdot a\right)$ руб. Итак, через t лет вместо начального вклада a руб. будет получено $a\left(1+\frac{tp}{100}\right)$ руб. - *формула простых процентов*. При этом ежегодно итоговая сумма увеличивается по закону *арифметической прогрессии*.

Рассмотрим второй способ получения дохода. В конце первого года получаемая сумма (как и в первом случае) составит $a\left(1+\frac{p}{100}\right)$ руб. При этом сумма вклада увеличится в $\left(1+\frac{p}{100}\right)$ раз. Подобное увеличение вклада будет и в последующие годы: $a\left(1+\frac{p}{100}\right)$ руб., $a\left(1+\frac{p}{100}\right)^2$ руб., ..., $a\left(1+\frac{p}{100}\right)^t$ руб. Видно, что итоговая сумма возрастает по закону *геометрической прогрессии*. Итак, через t лет вместо первоначального вклада a руб. будет получено $a\left(1+\frac{p}{100}\right)^t$ руб. - *формула сложных процентов*.

Пример 18

Пусть сумма вклада a = 100000 руб., срок вклада t = 3 года, годовая ставка p = 5 %, 10 %, 20 %. Сравним итоговую сумму, получаемую по первому ($a\left(1+\frac{tp}{100}\right)$ руб.) и второму ($a\left(1+\frac{p}{100}\right)^t$ руб.) способам. Эти суммы приведены в таблице.

p %	5	10	20
I способ	115000	130000	160000
II способ	115762	133100	172800
Разность	762	3100	12800

В последней строке приведена разность в доходах при получении их по второму и первому способам.

Пример 19

Пусть сумма вклада a = 100000 руб., годовая ставка p = 10%. Срок вклада t = 1, 2, 3 года. Сравним итоговую сумму, получаемую по первому и второму способам. Эти суммы приведены в таблице.

t %	1	2	3
I способ	110000	110000	130000
II способ	110000	121000	133100
Разность	0	1000	3100

Из двух последних примеров следует:

1) второй способ получения дохода (с капитализацией вклада) всего *более выгоден*, чем первый (что очевидно);

2) выгода использования второго способа становится тем больше, чем больше сумма первоначального вклада a, выше процентная ставка p и больше срок хранения вклада t.

IV. Контрольные вопросы

1. Определение геометрической прогрессии.
2. Формула n-го члена геометрической прогрессии.
3. Характеристическое свойство геометрической прогрессии.
4. Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии.
5. Сумма членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии.
6. Формулы простых и сложных процентов.

V. Задание на уроках

§ 17, № 1 (а, б); 2; 10 (в); 13 (а); 15 (а, б); 16 (а); 17 (в, г); 22 (б); 26 (г); 28 (а); 33; 37 (а, б); 40 (а); 43; 48 (а, б); 51; 57.

VI. Задание на дом

§ 17, № 1 (в, г); 3; 10 (г); 13 (б); 15 (в, г); 16 (б); 17 (а, б); 22 (в); 26 (в); 28 (б); 34; 37 (в, г); 40 (б); 44; 48 (в, г); 52; 58.

VII. Подведение итогов уроков