Итоги контрольной работы

Цели: сообщить результаты работы; рассмотреть типичные ошибки; разобрать трудные задачи.

Ход урока

I. Сообщение темы и целей урока

II. Итоги контрольной работы

III. Ответы и решения

Вариант 1

1. (2; 1), (–3,5; 17,5).
2. (1; 2), $\left(\frac{1}{13}; -\frac{22}{13}\right)$.
3. 4 см и 10 см.
4. а, б - построено.
5. Построено.

Вариант 2

1. (2; –1), $\left(-\frac{10}{3}; -\frac{67}{3}\right)$.
2. (1; –2), $\left(-\frac{2}{7}; \frac{13}{7}\right)$.
3. 6 см и 7 см.
4. а, б - построено.
5. Построено.

Вариант 3

1. а) (1; 1), (–1; –1), $\left(-\frac{3\sqrt{57}}{19}; \frac{\sqrt{57}}{19}\right)$, $\left(\frac{3\sqrt{57}}{19}; -\frac{\sqrt{57}}{19}\right)$; б) (1; 2), (2; 1).
2. 14 и 11.
3. а, б - построено.
4. Построено.

Вариант 4

1. а) (1; –1), (–1; 1), $\left(\frac{3\sqrt{33}}{11}; \frac{\sqrt{33}}{11}\right)$, $\left(-\frac{3\sqrt{33}}{11}; -\frac{\sqrt{33}}{11}\right)$; б) (1; 3), (3; 1).
2. 17 и 11.
3. а, б - построено.
4. Построено.

Вариант 5

1а. Для решения системы уравнений $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3(x+y), \\ \frac{1}{4x-3y} = \frac{1}{7} \end{cases}$ запишем ее в виде $\begin{cases} (x+y)(x-y-3) = 0, \\ 4x - 3y = 7. \end{cases}$ В первом уравнении произведение двух множителей равно нулю. Поэтому один из этих множителей равен нулю. Получаем две системы линейных уравнений:

а) $\begin{cases} x + y = 0, \\ 4x - 3y = 7, \end{cases}$ ее решение x = 1, y = -1;

б) $\begin{cases} x - y = 3, \\ 4x - 3y = 7, \end{cases}$ ее решение x = -2, y = -5.

Ответ: (1; -1); (-2; -5).

1б. Для решения системы уравнений $\begin{cases} 3\sqrt{\frac{x}{y}} + 2\sqrt{\frac{y}{x}} = 5, \\ 4\sqrt{x} + \sqrt{y} = 10 \end{cases}$ в первом уравнении введем новую переменную: $t = \sqrt{\frac{x}{y}} > 0.$ Получаем уравнение: $3t + 2 \cdot \frac{1}{t} = 5$ или $3t^2 - 5t + 2 = 0$, корни которого t = 1 и t = 2/3. Вернемся к старым неизвестным. Получаем две системы уравнений:

а) $\begin{cases}\sqrt{\dfrac{x}{y}}=1,\\ 4\sqrt{x}+\sqrt{y}=10\end{cases}$ или $\begin{cases}\sqrt{x}=\sqrt{y},\\ 4\sqrt{x}+\sqrt{y}=10,\end{cases}$ откуда $\sqrt{x} = \sqrt{y} = 2$ и $x = y = 4$;

б) $\begin{cases}\sqrt{\dfrac{x}{y}}=\dfrac{2}{3},\\ 4\sqrt{x}+\sqrt{y}=10\end{cases}$ или $\begin{cases}\sqrt{x}=\dfrac{2}{3}\sqrt{y},\\ 4\sqrt{x}+\sqrt{y}=10,\end{cases}$ откуда $\sqrt{x}=\dfrac{20}{11},\ \sqrt{y}=\dfrac{30}{11}$ и $x=\dfrac{400}{121},\ y=\dfrac{900}{121}.$

Ответ: $(4;4);\ \left(\dfrac{400}{121};\dfrac{900}{121}\right).$

2. В первом уравнении системы $\begin{cases}x=\dfrac{7y-34}{y-5},\\ x^2+y^2=52\end{cases}$ выделим целую часть и запишем его в виде $x=\dfrac{7y-35+1}{y-5}=7+\dfrac{1}{y-5}.$ Так как x и y - целые числа, то $y - 5 = 1$ (тогда $y = 6$ и $x = 8$) или $y - 5 = -1$ (тогда $y = 4$ и $x = 6$). Легко проверить, что второму уравнению системы удовлетворяет только решение (6; 4).

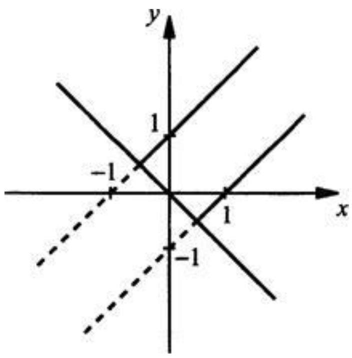
Ответ: (6; 4).

3. Пусть скорость велосипедиста x км/ч и длина пути y км. Запишем условия задачи: $\begin{cases}\dfrac{y}{x}-\dfrac{y}{x+5}=\dfrac{12}{60},\\ \dfrac{y}{x-8}-\dfrac{y}{x}=\dfrac{40}{60}\end{cases}$ или $\begin{cases}25y=x(x+5),\\ 12y=x(x-8).\end{cases}$ Разделим уравнения друг на друга: $\dfrac{25}{12}=\dfrac{x+5}{x-8}$ - и найдем $x = 20$. Например, из первого уравнения определим $y=\dfrac{x(x+5)}{25}=20.$

Ответ: 20 км/ч и 20 км.

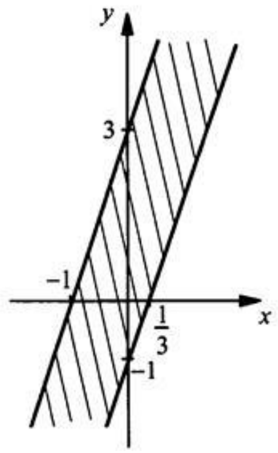
4а. В уравнении $|y^2 - x^2| = y + x$ учтем, что $y + x \ge 0$, т. е. $y \ge -x$. Запишем уравнение в виде $(y + x)|y - x| = y + x$ или $(y + x)(|y - x| - 1) = 0$, откуда $y + x = 0$ (т. е. $y = -x$) и $|y - x| - 1 = 0$, или $|y - x| = 1$, или $y - x = \pm1$ (т. е. $y = x \pm 1$).

Построим прямую $y = -x$ и две параллельные прямые $y = x \pm 1$ для $y > -x$. Получаем график данного уравнения:



Ответ: построено.

4б. Неравенство $|3x - y + 1| \le 2$ запишем в виде $-2 \le 3x - y + 1 \le 2$, или $-3 \le 3x - y \le 1$, или $3 \ge y - 3x \ge -1$, или $3x - 1 \le y \le 3x + 3$. Построим две параллельные прямые $y = 3x - 1$ и $y = 3x + 3$. Легко проверить, что данному неравенству удовлетворяет множество точек, расположенных между этими прямыми. Получаем график данного неравенства:



Ответ: построено.

Вариант 6

1а. Для решения системы уравнений $\begin{cases} x^2 - y^2 = 4(x+y), \\ \dfrac{1}{5x-4y} = \dfrac{1}{9} \end{cases}$ запишем ее в виде $\begin{cases} (x+y)(x-y-4) = 0, \\ 5x - 4y = 9. \end{cases}$ В первом уравнении произведение двух множителей равно нулю. Поэтому один из этих множителей равен нулю. Получаем две системы линейных уравнений:

а) $\begin{cases} x + y = 0, \\ 5x - 4y = 9, \end{cases}$ ее решение x = 1, y = -1;

б) $\begin{cases} x - y = 4, \\ 5x - 4y = 9, \end{cases}$ ее решение x = -7, y = -11.

Ответ: (1; -1); (-7; -11).

1б. Для решения системы уравнений $\begin{cases} 4\sqrt{\dfrac{x}{y}} + 2\sqrt{\dfrac{y}{x}} = 9, \\ 7\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 48 \end{cases}$ в первом уравнении введем новую переменную $t = \sqrt{\dfrac{x}{y}} > 0.$ Получаем уравнение: $4t + \dfrac{2}{t} = 9$ или $4t^2 - 9t + 2 = 0$, корни которого t = 2 и t = 1/4. Вернемся к старым неизвестным. Получаем две системы уравнений: а) $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{x}{y}} = 2, \\ 7\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 48 \end{cases}$ или $\begin{cases} \sqrt{x} = 2\sqrt{y}, \\ 7\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 48, \end{cases}$ откуда $\sqrt{x} = 6$, $\sqrt{y} = 3$ и x = 36, y = 9;

б) $\begin{cases} \sqrt{\dfrac{x}{y}} = \dfrac{1}{4}, \\ 7\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 48 \end{cases}$ или $\begin{cases} \sqrt{x} = \dfrac{1}{4}\sqrt{y}, \\ 7\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 48, \end{cases}$ откуда $\sqrt{x} = \dfrac{16}{5}, \ \sqrt{y} = \dfrac{4}{5}$ и $x = \dfrac{256}{25}, \ y = \dfrac{16}{25}.$

Ответ: $(36; 9); \left(\dfrac{256}{25}; \dfrac{16}{25}\right).$

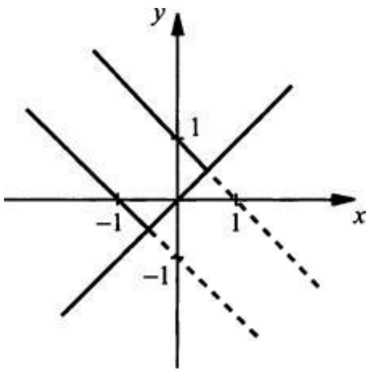
2. В первом уравнении системы $\begin{cases} x = \dfrac{6y-23}{y-4}, \\ x^2 + y^2 = 34 \end{cases}$ выделим целую часть и запишем его в виде $x = \dfrac{6y - 24 + 1}{y-4} = 6 + \dfrac{1}{y-4}.$ Так как x и y - целые числа, то y - 4 = 1 (тогда y = 5 и x = 7) или y - 4 = -1 (тогда y = 3 и x = 5). Легко проверить, что второму уравнению системы удовлетворяет только решение (5; 3).

Ответ: (5; 3).

3. Пусть скорость велосипедиста x км/ч и длина пути y км. Запишем условия задачи: $\begin{cases} \frac{y}{x} - \frac{y}{x+9} = \frac{27}{60}, \\ \frac{y}{x-5} - \frac{y}{x} = \frac{29}{60} \end{cases}$ или $\begin{cases} 9 \cdot 60y = 27x(x+9), \\ 5 \cdot 60y = 29x(x-5). \end{cases}$ Разделим уравнения друг на друга: $\frac{9}{5} = \frac{27(x+9)}{29(x-5)}$ - и найдем x = 20. Например, из первого уравнения определим $y = \frac{x(x+9)}{20} = 29.$

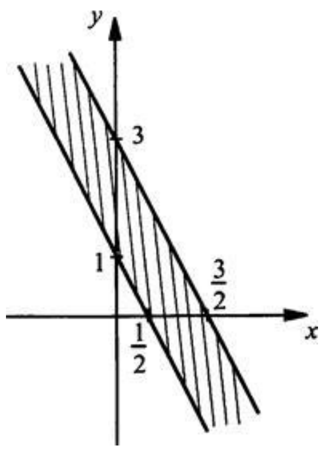
Ответ: 20 км/ч и 29 км.

4а. В уравнении $|y^2 - x^2| = y - x$ учтем, что $y - x \geq 0$, т. е. $y \geq x$. Запишем уравнение в виде $(y - x)|y + x| = y - x$ или $(y - x)(|y + x| - 1) = 0$, откуда $y - x = 0$ (т. е. $y = x$) и $|y - x| - 1 = 0$, или $|y + x| = 1$, или $y + x = \pm 1$ (т. е. $y = -x \pm 1$). Построим прямую $y = x$ и две параллельные прямые $y = -x \pm 1$ для $y > x$. Получаем график данного уравнения:



Ответ: построено.

4б. Неравенство $|2x + y - 2| \leq 1$ запишем в виде $-1 \leq 2x + y - 2 \leq 1$ или $-2x + 1 \leq y \leq -2x + 3$. Построим две параллельные прямые $y = -2x + 1$ и $y = -2x + 3$. Легко проверить, что данному неравенству удовлетворяет множество точек, расположенных между этими прямыми. Получаем график данного неравенства:



Ответ: построено.