

Контрольная работа №5

Цель: проверить знания учащихся по вариантам одинаковой сложности.

Ход уроков

I. Сообщение темы и цели уроков

II. Варианты зачетной работы

Вариант 1

А

1. Найдите область определения функции $y = 2\sqrt{4-2x} + \frac{3x-5}{\sqrt{x+1}}$.

2. Найдите область значений функции $y = 2x^2 - 8x$.

3. Вычислите: $\sqrt[3]{2\frac{10}{27}} + 3^4 - \frac{1}{3} - 2(\sqrt[3]{5})^0$.

4. Упростите выражение $\frac{\sqrt{10} + \sqrt{8}}{\sqrt{10} - \sqrt{8}} + \frac{\sqrt{10} - \sqrt{8}}{\sqrt{10} + \sqrt{8}}$.

5. Упростите выражение $(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}) - a$.

6. Постройте график функции:

а) $y = (x+1)(3-x)$;

б) $y = \sqrt{x-1} - 2$.

В

7. Упростите выражение $\frac{5^{n-1} + 2 \cdot 5^{n+1} - 3 \cdot 5^n}{2 \cdot 5^n}$.

8. Найдите наименьшее значение функции $y = 6 + \sqrt{4x^2 - 4x - 3}$. При каких значениях x оно достигается?

9. Найдите координаты точек прямой $y = 6x - 35$, равноудаленных от осей координат.

10. Постройте график функции $y = \sqrt[4]{x^2 + 4x + 4}$.

С

11. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $y = 3x + 2|x-2| - |x+1| - 2$.

12. Упростите выражение $\sqrt{a^2 - 13a + 45} + \sqrt{a^2 - 8a + 16}$ при $a \leq 4$.

13. Прямая проходит через точку $(0; -1)$ и касается гиперболы $y = 1/x$. В какой точке эта прямая пересекает ось абсцисс?

Вариант 2

А

1. Найдите область определения функции $y = 3\sqrt{x-1} - \frac{5x+1}{\sqrt{8-2x}}$.

2. Найдите область значений функции $y = 4x - 2x^2$.

3. Вычислите: $\sqrt[3]{\frac{125}{64}} + 2^5 - 0,25 - 3(\sqrt[3]{7})^0$.

4. Упростите выражение $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$.

5. Упростите выражение $(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}) + b$.

6. Постройте график функции:

а) $y = (x-1)(x+3)$;

б) $y = \sqrt{x+2} - 1$.

В

7. Упростите выражение $\frac{2 \cdot 3^{n-1} + 4 \cdot 3^{n+1} - 3^n}{4 \cdot 3^n}$.

8. Найдите наибольшее значение функции $y = 7 - \sqrt{3x^2 + 4x - 4}$. При каких значениях x оно достигается?

9. Найдите координаты точек прямой $y = -5x - 24$, равноудаленных от осей координат.

10. Постройте график функции $y = \sqrt{x^2 - 6x + 9}$.

С

11. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $y = 2x + 3|x - 1| - 4|x + 2| - 1$.

12. Упростите выражение $\sqrt{a^2 + a + 4} + \sqrt{a^2 - 6a + 9}$ при $a \geq 3$.

13. Прямая проходит через точку $(0; 3)$ и касается гиперболы $y = 3/x$. В какой точке эта прямая пересекает ось абсцисс?

III. Ответы и решения

Вариант 1

1. $D(y) = (-1; 2]$.

2. $E(y) = [-8; +\infty)$.

3. 80.

4. 18.

5. b.

6. График построен.

7. $18/5$.

8. $y_{\text{наим}} = 6$ при $x = -0,5$ и $x = 1,5$.

9. $(5; -5)$ и $(7; 7)$.

10. График построен.

11. Раскроем знаки модуля и найдем вид функции $y = 3x + 2|x - 2| - |x + 1| - 2$ в каждом промежутке.

а) При $x \leq -1$ получаем: $y = 3x - 2(x - 2) + (x + 1) - 2 = 2x + 3$ - функция возрастает.

б) При $-1 \leq x \leq 2$ имеем: $y = 3x - 2(x - 2) - (x + 1) - 2 = 1$ - функция постоянна.

в) При $x \geq 2$ получаем: $y = 3x + 2(x - 2) - (x + 1) - 2 = 4x - 7$ - функция возрастает.

Ответ: промежутки возрастания $(-\infty; -1]$ и $[2; +\infty)$, промежутков убывания нет.

12. Упростим выражение: $\sqrt{a^2 - 13a + 45} + |a - 4| =$

$= \sqrt{a^2 - 13a + 45 - (a - 4)} = \sqrt{a^2 - 14a + 49} = |a - 7| = -(a - 7) = 7 - a$. Учтено, что $a \geq 4$ и $|a - 4| = -(a - 4)$ и $|a - 7| = -(a - 7)$.

Ответ: $7 - a$.

13. Так как прямая проходит через точку $(0; -1)$, то ее вид $y = ax - 1$. Если прямая $y = ax - 1$ и гипербола $y = 1/x$ касаются, то уравнение $ax - 1 = \frac{1}{x}$ или $ax^2 - x - 1 = 0$ имеет единственный корень. Поэтому дискриминант $D = 1 + 4a = 0$, откуда $a = -1/4$.

Прямая $y = -\frac{1}{4}x - 1$ пересекает ось абсцисс в точке $x = -4$.

Ответ: $x = -4$.

Вариант 2

1. $D(y) = [1; 4)$.

2. $E(y) = (-\infty; 2]$.

3. 30.

4. 8.

5. а.

6. График построен.

7. 35/12.

8. $y_{\text{наиб}} = 2$ при $x = -2$ и $x = 2/3$.

9. (-4; -4) и (-6; 6).

10. График построен.

11. Раскроем знаки модуля и найдем вид функции $y = 2x + 3|x - 1| - 4|x + 2| - 1$ в каждом промежутке.

а) При $x \leq -2$ получаем: $y = 2x - 3(x - 1) + 4(x + 2) - 1 = 3x + 10$ - функция возрастает.

б) При $-2 \leq x \leq 1$ имеем: $y = 2x - 3(x - 1) - 4(x + 2) - 1 = -5x - 6$ - функция убывает.

в) При $x \geq 1$ получаем: $y = 2x + 3(x - 1) - 4(x + 2) - 1 = x - 12$ - функция возрастает.

Ответ: промежутки возрастания $(-\infty; -2]$ и $[1; +\infty)$, промежутки убывания $[-2; 1]$.

12. Упростим выражение: $\sqrt{a^2 + a + 4 + |a - 3|} = \sqrt{a^2 + a + 4 + (a - 3)} =$

$= \sqrt{a^2 + 2a + 1} = |a + 1| = a + 1$. Учтено, что $a \geq 4$ и $|a - 4| = a - 4$ и $|a + 1| = a + 1$.

Ответ: $a - 1$.

13. Так как прямая проходит через точку $(0; 3)$, то ее вид $y = ax + 3$. Если прямая $y = ax + 3$ и гипербола $y = 3/x$ касаются, то уравнение $ax + 3 = \frac{3}{x}$ или $ax^2 + 3x - 3 = 0$ имеет единственный корень. Поэтому дискриминант $D = 9 + 12a = 0$, откуда $a = -3/4$.

Прямая $y = -\frac{3}{4}x + 3$ пересекает ось абсцисс в точке $x = 4$.

Ответ: $x = 4$.