КОНУС

<table>
<tr><td>Цели деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для ознакомления учащихся с понятием конуса, его элементами, для выведения формулы, выражающей объем конуса и формулы площади боковой поверхности конуса, для обучения решению задач; способствовать развитию логического мышления</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Конус, ось конуса, образующая, боковая поверхность, высота конуса</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">Предметные умения</td><td align="center">Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Умеют объяснять, какое тело называется конусом, что такое его ось, высота, основания, боковая поверхность, образующая, развертка</td><td>Познавательные: умеют создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач; осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий.
Регулятивные: принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности.
Коммуникативные: умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение.
Личностные: проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Модели конуса</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">I этап. Актуализация опорных знаний учащихся</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2" align="center">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания</td><td colspan="2">(Ф/И)
1. Двое учащихся решают на доске задачи № 1214 (а) и № 1244, заданные на дом.
№ 1214 (а).
Дано: $r = 2\sqrt{2}$ см; $h = 3$ см.
Найти: V.
$V = Sh = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(2\sqrt{2}\right)^2 \cdot 3 = 24\pi$ (см^3).
Ответ: 24π см^3.
№ 1244.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>Дано: d = 4 мм = 0,4 см; m = 6,8 кг; c = 2,6 г/см^3.
Найти: h (длину провода).
$c = \frac{m}{V}$; $V = \frac{m}{\rho}$; $V = \frac{6800}{2,6} \approx 2615$ (см^3); $r = 0,2$ см.
$V_{цил} = S_{осн} \cdot h = \pi r^2 h$, отсюда $h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{2615}{3,14 \cdot (0,2)^2} = \frac{261500}{314 \cdot 0,04} \approx 20820$ (см) ≈ 208 м.
Ответ: ≈ 208 м.
2. С остальными учащимися проводится работа по ответам на вопросы 15-18 (с. 327)</td></tr>
<tr><td colspan="2">II этап. Изучение нового материала</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Ввести понятие конуса и его элементов</td><td>(Ф)
Учитель демонстрирует модели конуса, лейку в виде конуса; можно свернуть из бумаги кулек в виде конуса.

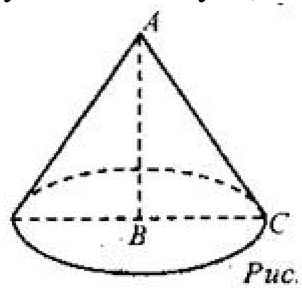



Рис. 1
1. Возьмем прямоугольный треугольник ABC и будем вращать его вокруг катета AB (рис. 362, с. 320). В результате получится тело, которое называется конусом.
Учитель показывает на доске изображение конуса, учащиеся рисуют конус в тетради.
2. Прямая AB называется осью конуса, а отрезок AB - его высотой. При вращении катета BC образуется круг, он называется основанием конуса. При вращении гипотенузы AC образуется поверхность, состоящая из отрезков с общим концом A (рис. 362). Ее называют конической поверхностью или боковой поверхностью конуса, а отрезки, из которых она составлена, - образующими конуса. Таким образом, конус - это тело, ограниченное кругом и конической поверхностью.
3. Пользуясь принципом Кавальери, можно доказать (см. задачу № 1219), что объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту.
$\boxed{V_{конуса} = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \pi r^2 h}$, где r - радиус основания, h - его высота.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">4. Вводится понятие развертки боковой поверхности конуса (рис. 363 а, б). Развертка боковой поверхности конуса представляет собой круговой сектор. Радиус этого сектора равен образующей конуса, то есть равен l, а длина дуги сектора равна длине окружности основания конуса, то есть равна 2πr.

5. Площадь $S_{бок}$ боковой поверхности конуса равна площади ее развертки, то есть $\boxed{S_{бок} = \frac{\pi l^2}{360} \cdot \alpha}$, где α - градусная мера дуги сектора (рис. 363 б).

Длина дуги окружности с градусной мерой π и радиусом l равна $\frac{\pi l \alpha}{180}$. С другой стороны, длина дуги равна 2πr, то есть $\frac{\pi l \alpha}{180} = 2\pi r,$ поэтому $S_{бок} = \frac{\pi l \alpha}{180} \cdot \frac{l}{2} = 2\pi r \cdot \frac{l}{2} = \pi r l = 2\pi r.$
Итак, площадь боковой поверхности конуса с образующей l и радиусом основания r выражается формулой $\boxed{S_{бок} = \pi r l}$</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">III этап. Решение задач</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td>Совершенствовать навыки решения задач по изученной теме</td><td>(Ф/И) Организует деятельность учащихся.
1. Решить задачу № 1220 (б, в). (Учащиеся решают самостоятельно, потом выполняется проверка.)
2. Решить задачу № 1221 на доске и в тетрадях.
3. Решить задачу № 1222.
4. Решить задачу № 1248. (Учитель объясняет решение задачи.)</td><td>№ 1220.
б) Дано: r = 4 см; V = 48π $см^3$.
Найти: h.
Решение:
$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h;$ отсюда $h = h = \frac{3V}{\pi r^2} = \frac{3 \cdot 48\pi}{\pi \cdot 16} = 9$ (см).
Ответ: 9 см.
в) Дано: h = m; V = ρ.
Найти: r.
$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h;$ найдем $r^2 = \frac{3V}{\pi h},$ тогда $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{3\rho}{\pi m}}.$
Ответ: $\sqrt{\frac{3\rho}{\pi m}}.$
№ 1221.</td></tr>
</table>

$S_{осн} = Q$, $S_{бок} = P$.
Найти: V.

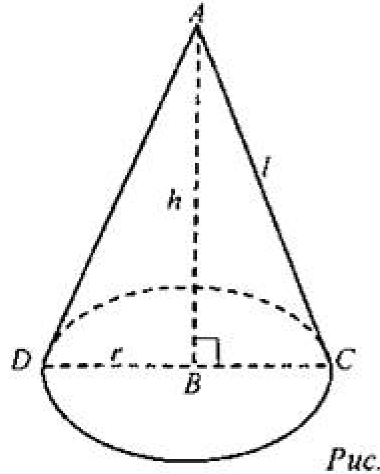


Рис. 2

1) $S_{осн} = \pi r^2 = Q$, отсюда $r = \sqrt{\frac{Q}{\pi}}$.

2) $S_{бок} = \pi r l = P$, отсюда $l = \frac{P}{\pi r} = \frac{P}{\pi\sqrt{\frac{Q}{\pi}}}$.

3) По теореме Пифагора из ΔABC найдем $h^2 = l^2 - r^2 = \frac{P^2}{\pi Q} - \frac{Q}{\pi} = \frac{P^2 - Q^2}{\pi Q}$.

Значит, $h = \sqrt{\frac{P^2 - Q^2}{\pi Q}}$.

4) Найдем объем конуса:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} Q \cdot \sqrt{\frac{P^2 - Q^2}{\pi Q}} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{Q^2\left(P^2 - Q^2\right)}{\pi Q}} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{Q\left(P^2 - Q^2\right)}{\pi}}.$$

Ответ: $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{Q\left(P^2 - Q^2\right)}{\pi}}$.

№ 1222.

По условию $S_{полн.\ конуса} = 45\pi$ дм^2; $\alpha = 60°$.

Найти: V.

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h.$

$S_{\text{полн. конуса}} = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} = \pi r^2 + \frac{\pi l^2}{360}\cdot\alpha = \pi r^2 + \frac{\pi l^2\cdot 60}{360} = \pi r^2 + \frac{\pi l^2}{6}.$

Получили, что $S_{\text{бок}} = \frac{\pi l^2}{6}$, с другой стороны, $S_{\text{бок}} = \pi rl$, тогда приравняем эти два равенства, получим $\frac{\pi l^2}{6} = \pi rl;$

разделим обе части на πl, получим $1/6 = r$, отсюда $l = 6r$.

По условию $S_{\text{полн}} = 45\pi$ дм^2, значит, $45\pi = \pi r^2 + \frac{\pi(6r)^2}{6}$; $45\pi = \pi r^2 + 6\pi r^2$; $45\pi = 7\pi r^2$, отсюда $r^2 = 45/7$.

Из ΔABC по теореме Пифагора найдем $h^2 = l^2 - r^2 = (6r)^2 - r^2 = 36r^2 - r^2 =$
$= 35r^2 = \frac{35\cdot 45}{7} = 225.$

$h = \sqrt{225} = 15$; $h = 15$ дм.

Найдем объем конуса $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi\cdot\frac{45}{7}\cdot 15 = \frac{225\pi}{7}$ (дм^3).

Ответ: $\frac{225\pi}{7}$ дм^3.

№ 1248.

Решение:

В тетрадях учащиеся записывают следующую теорему: «Объемы двух подобных тел относятся как кубы их соответствующих линейных размеров».

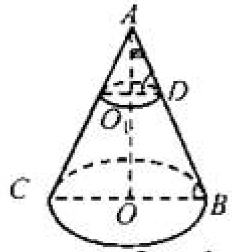
<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>


Рис. 3
Дано: $AO = h = 5$ см; $AO_1 = h_1 = 2$ см; плоскости сечения и основания параллельны; $V_1 = 24$ см.
Найти объем данного конуса V.
Решение:
$\angle OAB$ - общий угол; $\angle ADO_1 = \angle ABO$ (соответственные углы), то $\Delta AOB \sim \angle AO_1D$ (по двум углам), тогда $\frac{AO_1}{AO} = k$,
$\frac{V_1}{V} = k^3$.
значит, $k = 2/5$.
Следовательно, $\frac{24}{V} = \left(\frac{2}{5}\right)^3$; $\frac{24}{V} = \frac{8}{125}$, отсюда $V = \frac{125 \cdot 24}{8} = 375$ (см^3).
Ответ: 375 см^3
</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">IV этап. Итоги урока. Рефлексия</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Деятельность учителя</td>
<td>Деятельность учащихся</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">(Ф/И)
- Какое геометрическое тело изучили на уроке?
- Назовите его элементы.
- Составьте синквейн к уроку</td>
<td>(И) Домашнее задание: изучить материал пункта 130; ответить на вопросы 19-22 (с. 327-328); решить № 1220 (а), 1249, 1250; записать в тетрадь решение задачи № 1219 (с. 324)</td>
</tr>
</table>