

Неравенства и системы неравенств

Цель: повторить основные способы решения неравенств и систем неравенств.

Ход уроков

I. Сообщение темы и цели уроков

II. Контроль усвоения материала (самостоятельная работа)

Вариант 1

1. Найдите сумму квадратов корней уравнения $3x^2 - 7x + 1 = 0$.

2. Один из корней уравнения $3ax^2 - 4x + a = 0$ равен 1. Найдите другой корень уравнения и значение a .

3. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2y + xy^2 = 6, \\ xy + x + y = 5. \end{cases}$$

4. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 2xy + x^2 = 3, \\ 3xy + 4y^2 = 22. \end{cases}$$

Вариант 2

1. Найдите сумму кубов корней уравнения $2x^2 - 5x + 1 = 0$.

2. Один из корней уравнения $5ax^2 - 6ax + 1 = 0$ равен 1. Найдите другой корень уравнения и значение a .

3. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 65, \\ x^2y + xy^2 = 20. \end{cases}$$

4. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 17, \\ x^2 - 2xy = -3. \end{cases}$$

III. Повторение пройденного материала

Решение неравенств аналогично решению соответствующих уравнений. При этом необходимо помнить три правила.

1. К обеим частям неравенства можно прибавить одно и то же число или выражение (или любой член неравенства можно перенести с противоположным знаком из одной части в другую).

2. Обе части неравенства можно умножить на одно и то же положительное число. При этом знак неравенства сохраняется.

3. Обе части неравенства можно умножить на одно и то же отрицательное число. При этом знак неравенства меняется на противоположный.

Поэтому *линейное* неравенство $ax + b > 0$ записывают в виде $ax > -b$. Делим обе части на коэффициент a и находим решение неравенства: при

при $a \in (0; +\infty)$ $x \in \left(-\frac{b}{a}; +\infty\right)$ и

при $a \in (-\infty; 0)$ $x \in \left(-\infty; -\frac{b}{a}\right)$.
При решении *квадратных* неравенств находят корни соответствующего квадратного уравнения. Затем рассматривают схематично график квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ (парабола) или используют метод интервалов.

Метод интервалов - универсальный и эффективный способ решения неравенств. Находят значения переменной x , при которых данное выражение равно нулю или не существует, и отмечают их на числовой оси. Строят диаграмму знаков выражения. Надо помнить, что при проходе через корень нечетной кратности знак выражения меняется на противоположный, через корень четной кратности - сохраняется. На основании построенной диаграммы выписывают решение неравенства.

При решении *иррациональных* неравенств необходимо учитывать область допустимых значений (ОДЗ) и область существования решений (ОСР). Для решения

используют два основных приема: а) уединение радикала и возведение в степень; б) замену переменной. Помните, что при решении неравенств возводить обе части в четную степень можно только в том случае, когда эти части неотрицательны (подробнее см. материал в этом пособии).

IV. Задание на уроках

№ 1, 7, 9, 13, 21, 27, 30, 34, 41, 46, 50, 61, 65, 69, 73, 77, 83, 94, 100, 108, 112, 114.

V. Задание на дом

№ 2, 8, 10, 14, 22, 29, 31, 36, 42, 47, 51, 62, 66, 70, 74, 78, 84, 95, 101, 109, ИЗ, 115.

VI. Подведение итогов уроков