ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ ПО ТЕМЕ «ОКРУЖНОСТЬ»

<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для систематизации знаний по теме «Окружность», повторения основных свойств, признаков окружности, для подготовки к сдаче ГИА</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Окружность и круг, касательная к окружности и ее свойства; окружность, описанная около треугольника; окружность, вписанная в треугольник</td></tr>
<tr><td colspan="3">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные умения</td><td>Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Умеют работать с геометрическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии и символики, использовать различные языки математики, осуществлять классификации, проводить логические обоснования, доказательства математических рассуждений</td><td>Познавательные: умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий.
Регулятивные: принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности.
Коммуникативные: умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение, работать в группе.
Личностные: имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики</td></tr>
<tr><td colspan="3">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Задания для математического диктанта, групповой работы, домашней работы</td></tr>
<tr><td colspan="3">I этап. Актуализация опорных знаний учащихся</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Проверить уровень сформированности теоретических знаний</td><td colspan="2">(Ф/И)
1. Проверка правильности выполнения домашнего задания.
Три ученика выносят на доску решение домашних задач. Остальные учащиеся сверяют со своим решением и задают интересующие их вопросы по выполненной работе.
2. Математический диктант.
- Какие из следующих утверждений верны?
1) Центром окружности, описанной около правильного треугольника, является точка пересечения высот.</td></tr>
</table>

2) В любой четырехугольник можно вписать не более одной окружности.
3) Если стороны прямоугольника равны 3 и 4, то диаметр описанной около него окружности равен 5.
4) Сумма смежных углов равна 90°.
5) Через любые две различные точки проходит не более одной прямой.
6) Через любые две различные точки проходит не менее одной прямой.
Ответы: 1, 3, 5.
3. Решение задач (устно).
1) Найдите (в см^2) площадь закрашенной фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см х 1 см (см. рис 1).
В ответе запишите S/π.

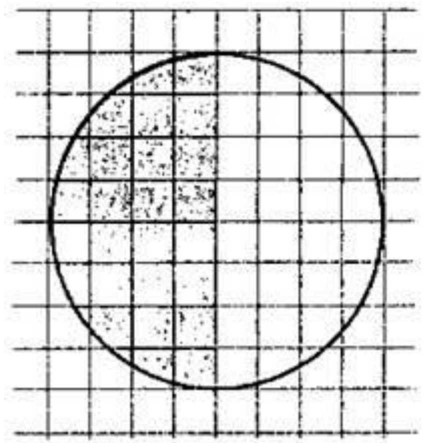


Рис. 1

2) Один острый угол прямоугольного треугольника в 9 раз больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.

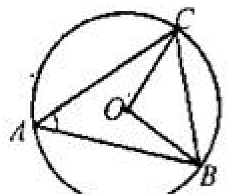


Рис. 2

3) Найти площадь заштрихованной фигуры, если R = 6.

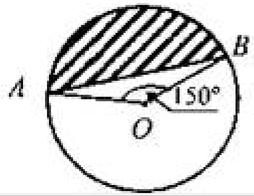
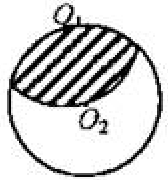
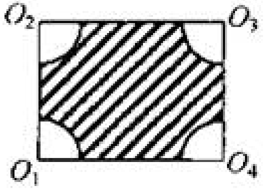
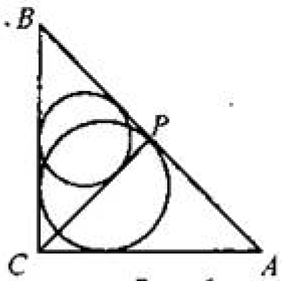
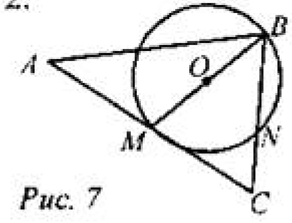


Рис. 3

	4) $R_1 = R_2 = 5$. Найти площадь заштрихованной фигуры.  *Рис. 4* 5) $O_1O_2 = 15,\ O_2O_3 = 20,\ R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 4.$ Найти площадь заштрихованной фигуры.  *Рис. 5*	
II этап. Решение задач		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) и (Г) Этот этап урока можно провести в форме деловой игры. Класс делится на четыре группы. Две группы выступают в роли экспертов, а другие две группы - в роли выпускников, сдающих ГИА. Затем группы меняются ролями. Задачи для групп: 1. Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведена высота CP. Радиус окружности, вписанной в треугольник BCP, равен 8, тангенс угла BAC равен 4/3. Найдите радиус окружности, вписаннойв треугольник ABC. 2. Медиана BM треугольника	1.  *Рис. 6* X. Угол BAC равен углу BCP, так как ∠BAC = 90° - ∠ABC и ∠BCP = 90° - ∠ABC. Так как тангенс - это отношение противолежащего катета к прилежащему, имеем: $\operatorname{tg}\angle BCP = \dfrac{BP}{PC} \Leftrightarrow \dfrac{4}{3} = \dfrac{BP}{PC}.$ Тогда BP = 4x, PC = 3x, а гипотенуза BC = 5x по теореме Пифагора. Площадь треугольника равна произведению половины его периметра на радиус вписанной окружности, но площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов, следовательно, имеем: $S = \dfrac{P \cdot r_1}{2} \Leftrightarrow 12x^2 = 6x \cdot 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8, \\ x = 4. \end{cases}$

	ABC является диаметром окружности, пересекающей сторону BC в ее середине. Длина стороны AC равна 4. Найдите радиус описанной окружности треугольника ABC. 3. Окружность радиуса 4 касается внешним образом второй окружности в точке B. Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку B, пересекается с некоторой другой их общей касательной в точке A. Найдите радиус второй окружности, если AB = 6. 4. Три окружности, радиусы которых равны 2, 3 и 10, попарно касаются внешним образом. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, вершинами которого являются центры этих трех окружностей	Таким образом, BP = 16, PC = 12, а BC = 20. Так как $\operatorname{tg}\angle BAC = \frac{4}{3}$, то AC = 15, а AB = 25 по теореме Пифагора. В треугольнике ABC площадь равна произведению половины его периметра на радиус вписанной в него окружности, но площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов, следовательно, имеем: $S = \frac{P \cdot r}{2} \Leftrightarrow 150 = 30 \cdot r \Leftrightarrow r = 5$. Ответ: r = 5. 2.  Рис. 7 Медиана BM делит AC пополам. Центр окружности лежит на середине медианы BM, тогда ON - средняя линия в треугольнике BMC, где O - центр окружности, а N - точка пересечения этой окружности стороны BC. Средняя линия в треугольнике равна половине основания, поэтому ON = 1. Средняя линия ON является радиусом окружности. Так как медиана BM является диаметром, то BM = 2ON = 2. Проведем MN в треугольнике BMC. Так как угол BNM опирается на диаметр BM, то ∠BNM = 90°, таким образом, треугольник BNM - прямоугольный. Так как MN - средняя линия, то она параллельна AB, тогда треугольник ABC - прямоугольный. Центр описанной вокруг прямоугольного треугольника окружности лежит на середине гипотенузы, таким образом, радиус описанной вокруг треугольника ABC окружности равен 2. Ответ: r = 2.

3.

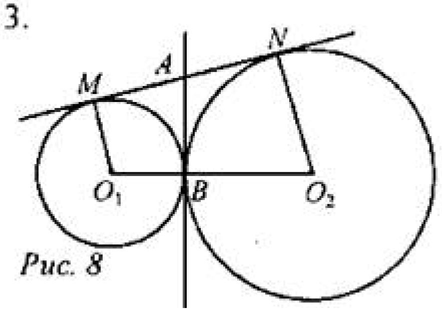


Рис. 8

Обозначим центры первой и второй окружностей за O_1 и O_2, а точки касания с общей касательной, не проходящей через точку B, за M и N. Прямоугольные треугольники AO_1M и AO_1B равны по катету и гипотенузе. Аналогично, равны треугольники AO_2N и AO_2B. Значит, прямые O_1A и O_2A являются биссектрисами углов MO_1B и NO_2B соответственно. Прямые MO_1 и NO_2параллельны, поэтому сумма углов MO_1B и NO_2B равна 180°, а сумма углов AO_1B и AO_2B равна 90°, то есть треугольник O_1O_2A - прямоугольный. Поскольку AB - высота, проведенная к гипотенузе, треугольники AO_1B и AO_2B подобны. Значит, $O_2B = \frac{AB^2}{O_1B} = 9$.

Ответ: 9.

4.

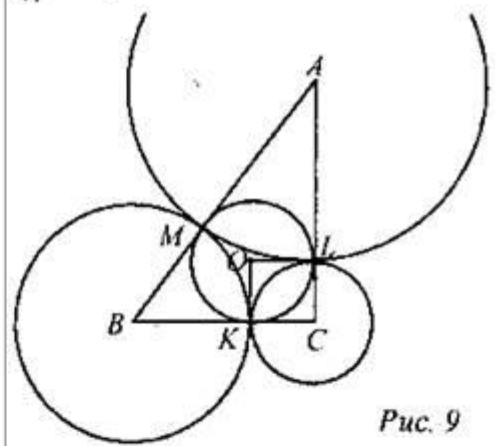


Рис. 9

Стороны треугольника, вершинами которого являются центры этих трех окружностей, равны 5, 12 и 13.

<table>
<tr><td></td><td></td><td>Поскольку $5^2 + 12^2 = 13^2$, этот треугольник прямоугольный. Площадь этого треугольника равна 30. В то же время, она равна произведению радиуса вписанной окружности на полупериметр. Значит, искомый радиус равен
$30 : \frac{5+12+13}{2} = 2.$
Ответ: 2</td></tr>
<tr><td colspan="3">III этап. Итоги урока. Рефлексия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td colspan="2">(Ф/И) Подвести итоги экспертной деятельности.
- Какие бы баллы вы поставили друг другу при решении данных задач?
- Что получилось? Что не получилось?
- Что было самым сложным?</td><td>(И) Домашнее задание: повторить тему «Многоугольники и четырехугольники».
Решить задачи:
1. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник АВС с основанием АС, равен 3 см, К - точка касания окружности с боковой стороной, КВ = 4.
Найдите: 1) сторону АС; 2) угол ВАС; 3) радиус окружности, описанной около треугольника АВС.
2. В равнобедренный треугольник АВС с основанием АС вписана окружность, касающаяся сторон АВ и ВС в точках М и Н.
1) Докажите, что $\Delta MBH \sim \Delta ABC$.
2) Найдите угол ВАС и радиус окружности, если АВ = 2 м, МН = 1 м</td></tr>
</table>