Арифметическая и геометрическая прогрессии

Цель: напомнить основные свойства прогрессий.

Ход уроков

I. Сообщение темы и цели уроков

II. Контроль усвоения материала (самостоятельная работа)

Вариант 1

1. Цену товара снизили на 20%, затем новую цену снизили еще на 15%. Затем после пересчета подняли эту цену на 10%. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?

2. Сумма цифр двузначного числа равна 12. Если к искомому числу прибавить 36, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найти данное число.

Вариант 2

1. Цену товара повысили на 20%, затем новую цену повысили еще на 10%. Затем после пересчета снизили эту цену на 15%. На сколько процентов всего повысили первоначальную цену товара?

2. Сумма цифр двузначного числа равна 9. Если к искомому числу прибавить 9, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найти данное число.

III. Повторение пройденного материала

Последовательность чисел a_n, каждый член которой равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом d (разностью прогрессии), называется *арифметической прогрессией*, т. е. $a_n = a_{n-1} + d$. Например, числа 2, 5, 8, 11, ... образуют арифметическую прогрессию.

Основные свойства арифметической прогрессии:

1) формула n-то члена: член прогрессии a_n выражается через ее первый член a_1, разность d и порядковый номер этого члена n по формуле $a_n = a_1 + d(n - 1)$;

2) сумма n первых членов прогрессии вычисляется по формулам $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ или $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$;

3) характеристическое свойство: любой член прогрессии равен полусумме соседних членов $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$.

Последовательность чисел b_n (первый член которой отличен от нуля), в которой каждый член равен предыдущему, умноженное на одно и то же число q (q - знаменатель прогрессии, q ≠ 0), называется *геометрической прогрессией*, т. е. $b_n = b_{n-1} \cdot q$. Например, числа 2, 6, 18, 54, ... образуют геометрическую прогрессию.

Основные свойства геометрической прогрессии:

1) формула n-го члена: член прогрессии b_n выражается через ее первый член b_1 и порядковый номер этого члена n по формуле $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$;

2) сумма n первых членов прогрессии вычисляется по формулам $S_n = \frac{b_{n+1} - b_1}{q-1}$ или $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q-1}$;

3) характеристическое свойство: квадрат любого члена прогрессии равен произведению соседних членов: $b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$.

Если $|q| < 1$, то прогрессия называется *бесконечно убывающей геометрической прогрессией*. Для нее справедливы свойства и формулы, приведенные ранее. Кроме того, можно вычислить сумму бесконечного числа членов такой прогрессии по формуле $S = \frac{b_1}{1-q}$.

IV. Задание на уроках

№ 1, 3, 5, 11, 18, 23, 25, 27, 31, 33, 35, 39, 41, 48, 56, 58, 63, 65, 69, 74, 75, 79.

V. Задание на дом

№ 2, 4, 6, 12, 19, 24, 26, 28, 32, 34, 36, 40, 42, 49, 57, 59, 64, 66, 70, 73, 76, 80.

VI. Подведение итогов уроков