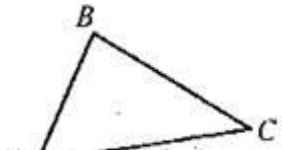
# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для подготовки к контрольной работе; совершенствовать навыки решения задач на применение скалярного произведения векторов</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Косинус, угол между векторами, скалярное произведение, скалярный квадрат</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">Предметные умения</td><td align="center">Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Владеют базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания</td><td>Познавательные: понимают и используют математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации; осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий.<br>Регулятивные: понимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности.<br>Коммуникативные: участвуют в диалоге.<br>Личностные: проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Задания для математического диктанта, домашнего задания</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">I этап. Активизация знаний учащихся</td></tr>
<tr><td align="center">Цель деятельности</td><td colspan="2" align="center">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Проверить выполнение домашнего задания, уровень владения теоретическими знаниями</td><td colspan="2">(Ф/И)<br>1. Обсуждение вопросов учащихся по домашнему заданию.<br>1. Математический диктант:<br>Вариант I<br>1. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3,$ а угол между ними равен 120°.<br>2. Скалярное произведение ненулевых векторов $\vec{c}$ и $\vec{e}$ равно 0. Определите угол между векторами $\vec{c}$ и $\vec{e}$.<br>3. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{m}$ и $\vec{n}$, если $\vec{m}(3; -2), \vec{n}(-2; 3).$</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td colspan="2">4. Найдите угол между ненулевыми векторами $\vec{a}(x; y)$ и $\vec{b}(-y; x)$.<br>5. Вычислите косинус угла между векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$, если $\vec{p}(3; -4)$, $\vec{q}(15; 8)$.<br>6. Даны векторы $\vec{a}(2; -3)$ и $\vec{b}(x; -4)$. При каком значении x эти векторы перпендикулярны?<br>Вариант II<br>1. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{m}$ и $\vec{n}$, если $|\vec{m}| = 3$, $|\vec{n}| = 4$, а угол между ними равен 135°.<br>2. Скалярное произведение ненулевых векторов $\vec{p}$ и $\vec{q}$ равно нулю. Определите угол между этими векторами.<br>3. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a}(-4; 5)$, $\vec{b}(-5; 4)$.<br>4. Найдите угол между ненулевыми векторами $\vec{c}(x; -y)$ и $\vec{d}(y; x)$.<br>5. Вычислите косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a}(-12; 5)$, $\vec{b}(3; 4)$.<br>6. Даны векторы $\vec{m}(3; y)$ и $\vec{n}(2; -6)$. При каком значении y эти векторы перпендикулярны?</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3">II этап. Решение задач</td>
</tr>
<tr>
<td>Цель деятельности</td>
<td>Деятельность учителя</td>
<td>Деятельность учащихся</td>
</tr>
<tr>
<td>Совершенствовать навыки решения задач</td>
<td>(Ф/И)<br>1. Решить № 1049 (вместе с учителем).<br>2. Решить № 1051 и 1053 (самостоятельно, с взаимопроверкой).<br>3. Решить № 1065, 1070</td>
<td>№ 1049.<br><br><br>Рис. 1<br>Дано: $A(-1; \sqrt{3}); B(-1; -\sqrt{3}); C\left(\frac{1}{2}; \sqrt{3}\right)$.<br>Найти: ∠A, ∠B, ∠C.<br>Решение:<br>1) $AB = \sqrt{(1+1)^2 + \left(\sqrt{3} + \sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{2^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{16} = 4$.</td>
</tr>
</table>

| | | |
|---|---|---|
| | | $BC=\sqrt{\left(1-\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\sqrt{3}-\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{4}+12}=\sqrt{\frac{49}{4}}=\frac{7}{2}=3{,}5$.<br>$AC=\sqrt{\left(\frac{1}{2}+1\right)^2+\left(\sqrt{3}-\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{3}{2}=1{,}5$.<br>2) $AB^2=CB^2+CA^2-2CB\cdot CA\cdot\cos\angle C$.<br>$16=\frac{49}{4}+\frac{9}{4}-2\cdot\frac{7}{2}\cdot\frac{3}{2}\cos\angle C$.<br>$\frac{6}{4}=-\frac{42}{4}\cos\angle C$.<br>$\cos\angle C=-\frac{6}{42}=-\frac{1}{7}\approx-0{,}1429<0$, следовательно, ∠C - тупой.<br>$\angle C\approx180°-81°47'=98°13'$.<br>3) $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos\angle A$.<br>$\frac{49}{4}=16+\frac{9}{4}-2\cdot4\frac{3}{2}\cos\angle A$; $\cos\angle A=\frac{1}{2}$, следовательно, ∠A = 60°.<br>4) $\angle B=180°-(\angle A+\angle C)$<br>$\angle B=180°-(60°+98°13')=21°47'$.<br>Ответ: 60°; ≈ 21°47'; ≈ 98° 13'.<br>№ 1070.<br>Дано: ΔABCD - трапеция, AD = 16 см, BC = 8 cm, CD = 4√7 cm, ∠ADC = 60°; $S_{ABCC1}=S_{CC1D}$.<br>Найти: $S_{ABCD}$, $CC_1$.<br>Решение (рис. 221):<br>Из ΔCDH (∠H = 90°) $\sin60°=\frac{CH}{CD}=\frac{CH}{4\sqrt{7}}$, следовательно, $CH=4\sqrt{7}\cdot\sin60°=$<br>$=\frac{4\sqrt{7}\cdot\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{21}$. |

Тогда $S_{ABCD} = CH(AD + BC) = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{21} \cdot (16 + 8) = 24\sqrt{21} \Rightarrow S_{ABCC_1} = S_{CC_1D} =$ $12\sqrt{21}$.

Из $\Delta CC_1D = \frac{1}{2} CH \cdot C_1D = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{21} \cdot C_1D = 12\sqrt{21} \Rightarrow C_1D = \frac{12\sqrt{21}}{\sqrt{21}} = 12$.

По теореме косинусов:

$$CC_1^2 = CD^2 + C_1D^2 - 2 \cdot CD \cdot C_1D \cdot \cos\angle CDC_1 = \left(4\sqrt{7}\right)^2 + 12^2 - 2 \cdot 4\sqrt{7} \cdot 12 \cdot$$
$$\cdot \cos 60^\circ = 112 + 144 - 48\sqrt{7} = 256 - 48\sqrt{7}.$$

Тогда $CC_1 = \sqrt{256 - 48\sqrt{7}} = \sqrt{16\left(16 - 3\sqrt{7}\right)} = 4\sqrt{16 - 3\sqrt{7}}$.

Ответ: $S_{ABCD} = 12\sqrt{21}$; $CC_1 = 4\sqrt{16 - 3\sqrt{7}}$.

№ 1065.

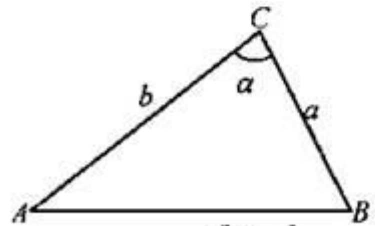



*Рис. 2*

Дано: A(3; 0), B(1; 5); C(2; 1).

Доказать: ΔABC – тупоугольный.

Найти: cosα.

Решение:

1) $AB = \sqrt{(3-1)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29}$.

$BC = \sqrt{(1-2)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$.

$AC = \sqrt{(3-2)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$.

2) По теореме косинусов $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC \cdot AC \cdot \cos\angle C$.

| | | |
|---|---|---|
| | | $29 = 17 + 2 - 2\sqrt{34} \cdot \cos\angle C.$<br>$10 = -2\sqrt{34} \cdot \cos\angle C.$<br>$\cos\angle C = -\frac{5\sqrt{34}}{34} < 0,$ следовательно, ∠C - тупой, следовательно, ΔABC - тупоугольный, $\cos\angle C = -\frac{5}{\sqrt{34}} = -\frac{5\sqrt{34}}{34}.$<br>Ответ: $-\frac{5\sqrt{34}}{34}$ |

| | |
|---|---|
| *III этап. Итоги урока. Рефлексия* | |
| Деятельность учителя | Деятельность учащихся |
| (Ф/И)<br>- Закончите фразы:<br>• Чтобы найти косинус угла между векторами, надо...<br>• Векторы перпендикулярны, если....<br>- Оцените свою работу на уроке | (И) Домашнее задание.<br>С-10*. Решение треугольников. Скалярное произведение (домашняя самостоятельная работа). (См. Ресурсный материал.) |
| | |

*Ресурсный материал*

*Домашняя самостоятельная работа*

| *Вариант I* | *Вариант II* |
|---|---|
| 1. Дан равнобедренный треугольник. Найдите отношение радиусов вписанной иописанной окружностей, если: | |
| угол при вершине равен α. | угол при основании равен β. |
| 2. Дан выпуклый четырехугольник. Отрезки, соединяющие середины противоположных сторон, равны a и b и пересекаются под углом 60°. Найдите диагонали четырехугольника. | Дан выпуклый четырехугольник. Его диагонали равны c и d и пересекаются под углом 60°. Найдите отрезки, соединяющие середины противоположных сторон. |
| 3. Докажите, что углы треугольника ABC связаны соотношением:<br>$\sin^2\angle A + \sin^2\angle B - \sin^2\angle C = 2\sin\angle A\sin\angle B\cos\angle C.$ | $\cos^2\angle A + \cos^2\angle B - \cos^2\angle C = 1 - 2\sin\angle A\sin\angle B\cos\angle C.$ |

| | |
|---|---|
| 4. Дан прямоугольник ABCD. Докажите, что для любой точки O выполняется равенство: | |
| $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OD}$. | $OA^2+OC^2=OB^2+OD^2$. |
| 5. Даны произвольные точки A, B, C и D. Докажите равенство: | |
| $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=0$. | $2\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=AD^2+BC^2-AB^2-CD^2$. |