СУММА НЕСКОЛЬКИХ ВЕКТОРОВ. ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ

Цель деятельности учителя	Создать условия для введения понятий суммы трех и более векторов, разности векторов, для обучения построению суммы двух и нескольких векторов с использованием правила многоугольника, разности векторов
Термины и понятия	Вектор, сумма векторов, правило треугольника, правило параллелограмма, правило многоугольника, разность векторов
Планируемые результаты	
Предметные умения	*Универсальные учебные действия*
Умеют применять векторы, находить сумму и разность векторов, строить сумму и разность векторов	*Познавательные*: понимают и используют математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации. *Регулятивные*: умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей. *Коммуникативные*: выстраивают аргументацию, участвуют в диалоге. *Личностные*: проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для самостоятельной работы
I этап. Актуализация опорных знаний	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Выявить уровень усвоения теоретического материала	(Ф) 1. Решение задач (устно). 1) Найдите вектор x из условия: а) $\overrightarrow{MN}+\vec{x}=\overrightarrow{MK}$; б) $(\overrightarrow{AB}+\vec{x})+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$. 2) Упростите выражение: а) $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD})+\overrightarrow{BC}$; б) $(\overrightarrow{EF}+(\overrightarrow{PE}+\overrightarrow{FQ}))+\overrightarrow{AA}$. (И) 2. Самостоятельная работа (письменно). Работа выполняется на листках и сдается учителю на проверку. *Вариант I* 1. Начертите четыре попарно неколлинеарных вектора $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}, \vec{t}$. Постройте вектор $\vec{x}+\vec{y}+\vec{z}+\vec{t}$. 2. Упростите выражение: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{PN}$. *Вариант II* 1. Начертите пять попарно неколлинеарных векторов $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{e}$. Постройте вектор $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}+\vec{e}$. 2. Упростите выражение: $\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{QA}$.
II этап. Работа по учебнику	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Развивать умения работать самостоятельно (используя текст учебника, разобрать новый	(И/Ф) 1. Используя рис. 253, разобрать сложение нескольких векторов. 2. Дать понятие о том, что сумма нескольких векторов не зависит от того, в каком порядке они складываются. 3. По рис. 254 в учебнике рассмотреть построение суммы шести векторов. 4. Определить, в чем заключается правило многоугольника сложения

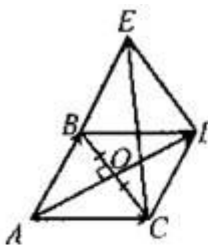
<table>
<tr><td>материал)</td><td colspan="2">нескольких векторов.
5. Записать в тетради правило многоугольника: если A_1, A_2, ..., A_n - произвольные точки плоскости, то $\overrightarrow{A_1A_2}+\overrightarrow{A_2A_3}+\ldots+\overrightarrow{A_{n-1}A_n}=\overrightarrow{A_1A_n}$.
6. Рассмотреть рис. 255 (а, б).
При сложении нескольких векторов сумма данных векторов может быть равна нулевому вектору, если начало первого вектора совпадает с концом последнего вектора</td></tr>
<tr><td colspan="3">III этап. Мотивация к деятельности</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Дать задания, способствующие пониманию новой темы</td><td colspan="2">(Ф)
- Что значит из числа a вычесть число b?
- Найдите вектор $\vec{x}$ из равенства: а) $\vec{x}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$; б) $\vec{x}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{MC}$.
- Сформулируйте правило вычитания двух отрицательных чисел.
- Укажите вектор, противоположный вектору $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{KE}$.
- Упростите выражение: а) $\overrightarrow{AB}+(-\overrightarrow{CB})$; б) $\overrightarrow{MN}+(-\overrightarrow{KN})$; в) $\overrightarrow{CD}+(-\overrightarrow{ED})$</td></tr>
<tr><td colspan="3">IV этап. Учебно-познавательная деятельность</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Ввести понятие разности векторов и научить строить разность векторов</td><td colspan="2">(Ф)
1. Предложить учащимся самим сформулировать определение разности двух векторов.
2. Дать определение разности двух векторов (формулирует учитель): $\vec{a}-\vec{b}$.
3. Рассмотреть задачу о построении разности двух векторов (рис. 256).
4. Ввести понятие вектора, противоположного данному (рис. 257).
5. Провести доказательство теоремы о разности векторов: для любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ справедливо равенство $\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})$. 6. Решить задачу о построении разности векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ другим способом (рис. 258)</td></tr>
<tr><td colspan="3">V этап. Решение задач</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td>Совершенствовать навыки решения задач</td><td>(Ф/И)
1. Выполнить на доске и тетрадях практическое задание № 755, 756.
2. Решить задачу № 761 (без чертежа).
3. Решить № 762.
4. Решить задачу № 766 по рис. 259 (устно).
5. Решить задачу № 764 (а) на доске и в тетрадях.
6. Решить № 765 и 772</td><td>№762.


Рис. 1
Дано: ΔABC - равносторонний со стороной a.
Найти:
а) $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right|$; б) $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|$; в) $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}\right|$; г) $\left|\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}\right|$; д) $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|$.
Решение:
а) $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right|=\overrightarrow{AC}=a$.
б) Проведем CD ll AB и BD ll AC. ABCD - параллелограмм (по определению) и смежные стороны AB = AC = a, значит, ABCD - ромб. По правилу</td></tr>
</table>

параллелограмма $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$, то есть $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{AD}\right|=AD$, AD - диагональ ромба, значит: AD = 2AO, AO ⊥ BC и O - середина BC.

Из прямоугольного ΔAOC (∠O = 90°) по теореме Пифагора:

$$AO^2=AC^2-OC^2=a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2=a^2-\frac{a^2}{4}=\frac{3a^2}{4},$$ то есть $AO=\sqrt{\frac{3a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$,

$$AD=2\cdot AO=2\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}.$$

в) Проведем DE ll BC и DE = BC. Тогда $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{CB}$ и $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}$ (как противолежащие стороны параллелограмма). Тогда $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{CE}$, CDEB - ромб по строению со стороной a и CDEB= ABDC, значит, диагональ CE = AD = a√3.

г) По правилу треугольника: $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$, значит, $\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{AC}$, то есть $\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CA}$. $\left|\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}\right|=\left|\overrightarrow{CA}\right|=CA=a$.

д) По правилу треугольника: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$, значит, $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{BC}$, то есть $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$. $\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{CB}\right|=CB=a$.

Ответ: a; a√3; a√3; a; a.

№ 765.

Воспользуемся правилами:

1) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$;

2) $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$, $\overrightarrow{AA}=\vec{0}$;

и тем, что $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$, например, правило треугольника: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$.

$$\vec{p}=\overrightarrow{XY}+\overrightarrow{ZX}+\overrightarrow{YZ}=\overrightarrow{XY}+\overrightarrow{YZ}+\overrightarrow{ZX}=\overrightarrow{XZ}+\overrightarrow{ZX}=\overrightarrow{XX}=$$

$$\vec{q}=\left(\overrightarrow{XY}-\overrightarrow{XZ}\right)+\overrightarrow{YZ}=\overrightarrow{XY}+\overrightarrow{ZX}+\overrightarrow{YZ}=\overrightarrow{XY}+\overrightarrow{YZ}+\overrightarrow{ZX}=$$

$$\vec{r}=\left(\overrightarrow{ZY}-\overrightarrow{XY}\right)-\overrightarrow{ZX}=\overrightarrow{ZY}+\overrightarrow{YX}+\overrightarrow{XZ}=\overrightarrow{ZX}+\overrightarrow{XZ}=\overrightarrow{ZZ}$$

№ 772.

Дано: ABCD - параллелограмм, X - любая точка плоскости.

Доказать: $\overrightarrow{XA}+\overrightarrow{XC}=\overrightarrow{XB}+\overrightarrow{XD}$.

Доказательство:

$\overrightarrow{XB}=\overrightarrow{XA}+\overrightarrow{AB}$ В (по правилу треугольника).

$\overrightarrow{XC}=\overrightarrow{XD}+\overrightarrow{DC}$ (по правилу треугольника).

Получаем:

<table>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">$\overrightarrow{XA}+\overrightarrow{XC}=\overrightarrow{XB}+\overrightarrow{XD}$, $\overrightarrow{XA}+\overrightarrow{XD}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{XA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{XD}$
Сравнивая левую и правую части уравнения, получаем $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}$, а это является верным равенством, так как $\overrightarrow{DC}\uparrow\uparrow\overrightarrow{AB}$ и $\left|\overrightarrow{DC}\right|=\left|\overrightarrow{AB}\right|$ (так как AB ll CD и AB = CD, как противолежащие стороны параллелограмма</td></tr>
<tr><td colspan="4">VI этап. Итоги урока Рефлексия</td></tr>
<tr><td colspan="3">Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td colspan="3">(Ф/И)
- Используя какие правила, можно найти сумму двух векторов, трех и более векторов?
- Как найти разность векторов?
- Составьте синквейн к уроку</td><td>(И) Домашнее задание: № 760, 774, 757, 764(б), 767</td></tr>
</table>