

## ТЕОРЕМА СИНУСОВ И ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ

<i>Цели деятельности учителя</i>	Создать условия для доказательства теоремы синусов и теоремы косинусов; способствовать развитию умения применять теоремы синусов и косинусов при решении задач
<i>Термины и понятия</i>	Синус, косинус, треугольник, площадь треугольника
<i>Планируемые результаты</i>	
<i>Предметные умения</i>	<i>Универсальные учебные действия</i>
Умеют применять определение синуса для доказательства теоремы	<p><i>Познавательные:</i> осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий; умеют видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации.</p> <p><i>Регулятивные:</i> осознают и принимают учебные задачи.</p> <p><i>Коммуникативные:</i> умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем; участвуют в диалоге.</p> <p><i>Личностные:</i> владеют коммуникативной компетентностью</p>
<i>Организация пространства</i>	
<i>Формы работы</i>	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
<i>Образовательные ресурсы</i>	• Задания для математического диктанта
<i>I этап. Актуализация опорных знаний</i>	
<i>Цель деятельности</i>	<i>Совместная деятельность</i>
Проверить уровень сформированности теоретических знаний	<p>(Ф/И)</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Подготовить у доски доказательство теоремы о площади треугольника.</li> <li>2. Ответить на вопросы учащихся по домашнему заданию.</li> <li>3. Провести математический диктант (10 мин).</li> </ol> <p><i>Вариант I</i></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Найдите площадь треугольника, если его основание равно 7 см, а высота равна 4 см.</li> <li>2. Найдите синус угла, если его косинус равен 0,6.</li> <li>3. Найдите синус угла, если синус смежного с ним угла равен 0,3.</li> </ol>

	<p>4. Начертите треугольник ABC с тупым углом C. Проведите высоту треугольника из вершины B.</p> <p>5. Луч OC образует с положительной полуосью абсцисс угол <math>60^\circ</math>. Найдите координаты точки C, если <math>OC = 6</math> дм.</p> <p>6. Определите, каким - остроугольным, прямоугольным или тупоугольным - является треугольник, два угла которого равны <math>43^\circ</math> и <math>48^\circ</math>.</p> <p>7. Точка C единичной полуокружности имеет координаты <math>\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)</math>. Найдите угол, который образует луч OC с положительной полуосью OX.</p> <p><i>Вариант II</i></p> <p>1. Найдите площадь треугольника, если его основание равно 10 дм, а высота равна 5 дм.</p> <p>2. Найдите косинус угла, если его синус равен 0,8.</p> <p>3. Найдите синус угла, если синус смежного с ним угла равен 0,7.</p> <p>4. Начертите треугольник CDE с тупым углом E. Проведите высоту треугольника из вершины C.</p> <p>5. Луч OB образует с положительной полуосью абсцисс угол <math>30^\circ</math>. Найдите координаты точки B, если <math>OB = 8</math> дм.</p> <p>6. Определите, каким - остроугольным, прямоугольным или тупоугольным - является треугольник, два угла которого равны <math>35^\circ</math> и <math>56^\circ</math>.</p> <p>7. Точка A единичной полуокружности имеет координаты <math>\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)</math>. Найдите угол, который образует луч OA с положительной полуосью OX</p>
--	---

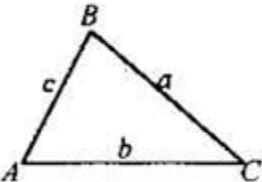
*II этап. Изучение нового материала*

Цель деятельности	Совместная деятельность
Доказать теоремы синусов и косинусов	<p>(Ф)</p> <p>1. Сформулировать и доказать теорему синусов (уч., п. 101). Теорема. Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов. Доказательство проводится в виде беседы учителя с учащимися. - Какая формула выражает зависимость между сторонами треугольника и синусами его углов? При доказательстве опираться на теорему о площади треугольника.</p> <p>2. Сформулировать и доказать теорему косинусов.</p>

*Теорема.* Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.

Доказательство проводится в виде беседы учителя с учащимися

*III этап. Закрепление изученного материала*

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Показать применение изученных теорем при решении простейших задач	<p>(Ф/И)</p> <p>1. Запишите теорему синусов для <math>\triangle MKE</math>.</p> <p>2. Запишите теорему косинусов для вычисления стороны ME.</p> <p>3. На доске и в тетрадях решить № 1025 (а, в, г, е, и)</p>	<p>№ 1025.</p>  <p>а) <math>\angle A = 60^\circ</math>, <math>\angle B = 40^\circ</math>, <math>c = 14</math>.  <math>\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B) = 80^\circ</math>.          По теореме синусов:  <math display="block">\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C}</math> <math display="block">\frac{a}{\sin 60^\circ} = \frac{b}{\sin 40^\circ} = \frac{c}{\sin 80^\circ} \Rightarrow a = \frac{14 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 80^\circ} \approx 12,3; b = \frac{14 \cdot \sin 40^\circ}{\sin 80^\circ} \approx 9,1</math></p> <p>в) <math>\angle A = 80^\circ</math>, <math>a = 16</math>, <math>b = 10</math>.          По теореме синусов:  <math display="block">\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C} \cdot \frac{16}{\sin 80^\circ} = \frac{10}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C}</math> <math display="block">\sin B = \frac{10 \cdot \sin 80^\circ}{16} \approx 0,6155 \Rightarrow \angle B \approx 37^\circ 59'</math> <math>\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B) \approx 62^\circ</math></p> <p>г) <math>\angle B = 45^\circ</math>, <math>\angle C = 70^\circ</math>, <math>a = 24,6</math>. <math>\angle A = 180^\circ - (\angle B + \angle C) = 65^\circ</math>.          По теореме синусов:  <math display="block">\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C}</math></p>

$$c = \frac{24,6 \cdot \sin 70^\circ}{\sin 65^\circ} \approx 25,5; b = \frac{24,6 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 65^\circ} \approx 19,2.$$

е)  $a = 6,3; b = 6,3; \angle C = 54^\circ.$

По теореме синусов:

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cos \angle A = 6,3^2 + 6,3^2 - 2 \cdot 6,3 \cdot 6,3 \cdot \cos 54^\circ \\ = 2 \cdot 6,3^2 (1 - \cos 54^\circ) \Rightarrow c \approx 5,7.$$

По теореме синусов:

$$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C} \Rightarrow \frac{6,3}{\sin \angle A} = \frac{c}{\sin 70^\circ} \\ = \frac{5,7}{\sin 54^\circ} \Rightarrow \sin \angle A = \sin \angle B = \frac{6,3 \cdot \sin 54^\circ}{5,7} \Rightarrow \angle A = \angle B \approx 63^\circ.$$

и)  $a = 6; b = 7,3; c = 4,8.$

По теореме синусов:

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2bc \cos \angle A \Rightarrow \cos \angle A = \frac{7,3^2 + 4,8^2 - 6^2}{2 \cdot 7,3 \cdot 4,8} \approx \\ \approx 0,5755 \Rightarrow \angle A = 54^\circ 52'.$$

По теореме синусов:

$$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} \Rightarrow \sin \angle B = \frac{b \cdot \sin \angle A}{a} = \frac{7,3 \cdot 0,8174}{6} \approx \\ \approx 0,9950 \Rightarrow \angle B = 84^\circ 16'. \angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B) = 40^\circ 52'$$

*IV этап. Итоги урока. Рефлексия*

Деятельность учителя

Деятельность учащихся

(Ф/И)

(И) Домашнее задание: выучить п. 101, 102; решить № 1025

- Как вы думаете, для чего были изучены теоремы синусов и косинусов?

(б, д, ж)

- Почему теорему косинусов называют обобщенной теоремой Пифагора?